

Lineare Algebra und analytische Geometrie I für die Fachrichtung Informatik

Wintersemester 2011/12

Übungsblatt 6

21.11.2011

Aufgabe 1

Gegeben sei die Menge

$$K := \left\{ \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\} \subset \mathbb{R}^{2 \times 2}$$

- Zeigen Sie, dass K bezüglich der Addition und Multiplikation von Matrizen ein Körper ist.
- Zeigen Sie, dass die Abbildung

$$\mathbb{C} \rightarrow K; a + ib \mapsto \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$$

ein Körperisomorphismus ist.

Aufgabe 2

Gegeben seien die reellen Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ -7 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- Ist A , beziehungsweise C invertierbar? Was sind gegebenenfalls die Inversen?
- Für welche $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ist B , beziehungsweise D invertierbar?

Aufgabe 3

- Gegeben sei die Matrix

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}.$$

Geben Sie eine Matrix $A_{13}(5)$ an, so dass das Produkt $A_{13}(5)B$ die Matrix ist, die aus B entsteht, indem man zur 1. Zeile von B das 5-fache der 3. Zeile von B addiert.

- Geben Sie eine Matrix $A_{ij}(\lambda) \in \mathbb{K}^{n \times n}$ an, so dass für eine beliebige Matrix $C \in \mathbb{K}^{n \times p}$ das Produkt

$$A_{ij}(\lambda)C$$

die Matrix ist, die aus C dadurch entsteht, dass man zur i -ten Zeile von C das λ -fache der j -ten Zeile von C addiert.