

Lineare Algebra und analytische Geometrie I für die Fachrichtung Informatik

Wintersemester 2011/12

Übungsblatt 9

12.12.2011

Aufgabe 1

Es sei $V = \mathbb{R}^5$. Darin seien die Untervektorräume U_1 und U_2 folgendermaßen gegeben:

$$U_1 = \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} \right], \quad U_2 = \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right].$$

- Berechnen Sie eine Basis von $U_1 \cap U_2$.
- Bestimmen Sie eine Basis von $U_1 + U_2$ und einen Untervektorraum W von V mit

$$U_1 + U_2 = (U_1 \cap U_2) \oplus W.$$

Aufgabe 2

- Geben Sie alle eindimensionalen Untervektorräume von $(\mathbb{Z}/3\mathbb{Z})^3$ an.
- Es sei p eine Primzahl. Wieviele eindimensionale Untervektorräume enthält $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^n$?

Aufgabe 3

Eine Matrix $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ heißt *symmetrisch*, wenn $A = A^T$ gilt.

Eine Matrix heißt *schiefsymmetrisch* oder *alternierend*, wenn $A = -A^T$ gilt.

Zeigen Sie:

- Die Menge $\text{Sym}_n(\mathbb{C})$ der symmetrischen Matrizen bildet einen Untervektorraum von $\mathbb{C}^{n \times n}$.
- Die Menge $\text{Alt}_n(\mathbb{C})$ der schiefsymmetrischen Matrizen bildet einen Untervektorraum von $\mathbb{C}^{n \times n}$.
- Für $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ ist $A + A^T$ symmetrisch.
- Für $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ ist $A - A^T$ schiefsymmetrisch.
- Jede Matrix $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ lässt sich in einen symmetrischen und einen schiefsymmetrischen Teil zerlegen, d.h.

$$A = A_s + A_a$$

mit $A_s \in \text{Sym}_n(\mathbb{C})$ und $A_a \in \text{Alt}_n(\mathbb{C})$.

- Es gilt

$$\mathbb{C}^{n \times n} = \text{Sym}_n(\mathbb{C}) \oplus \text{Alt}_n(\mathbb{C}).$$

Frage: Gelten diese Aussagen auch, wenn man \mathbb{C} durch einen beliebigen Körper ersetzt?

-Bitte wenden-

Eulenfest 2011

Am **Dienstag, 20.12.2011**, ab **20 Uhr** findet im **Infobau am HSaF** des alljährliche **Eulenfest** statt. Euch erwarten Musik, Glühwein, **Tanzmatten** und **tolle Menschen**. Und das Beste: **Freier Eintritt!**

Es werden noch Helfer gesucht: <http://fsmi.uni-karlsruhe.de/helfen>



Abgabe der Lösungen bis zum Montag, den 19.12.2011 um 12.00 Uhr in den entsprechenden **gelben Briefkasten** ihres Tutoriums bei den Seminarräumen Z1 und Z2 im Zähringerhaus, Gebäude Nr. 01.85 (Eingang neben der mathematischen Bibliothek). Bitte **heften Sie ihre Abgabe ordentlich zusammen** und **vermerken Sie ihr Tutorium, ihren Namen und ihre Matrikelnummer**. Jede Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet.
Die Übungsblätter finden Sie unter <http://www.math.kit.edu/iag2/edu/la1inf2011w/de>.