Verknüfungstabelle zu A2b

$\circ$	id	τ	τ^2	τ^3	σ	$\sigma\tau$	$\sigma\tau^2$	$\sigma\tau^3$
id	id	τ	τ^2	τ^3	σ	$\sigma\tau$	$\sigma\tau^2$	$\sigma\tau^3$
τ	τ	τ^2	τ^3	id	$\sigma\tau^3$	σ	$\sigma\tau$	$\sigma\tau^2$
τ^2	τ^2	τ^3	id	τ	$\sigma\tau^2$	$\sigma\tau^3$	σ	$\sigma\tau$
τ^3	τ^3	id	τ	τ^2	$\sigma\tau$	$\sigma\tau^2$	$\sigma\tau^3$	σ
σ	σ	$\sigma\tau$	$\sigma\tau^2$	$\sigma\tau^3$	id	τ	τ^2	τ^3
$\sigma\tau$	$\sigma\tau$	$\sigma\tau^2$	$\sigma\tau^3$	σ	τ^3	id	τ	τ^2
$\sigma\tau^2$	$\sigma\tau^2$	$\sigma\tau^3$	σ	$\sigma\tau$	τ^2	τ^3	id	τ
$\sigma\tau^3$	$\sigma\tau^3$	σ	$\sigma\tau$	$\sigma\tau^2$	τ	τ^2	τ^3	id

Es gibt in der von σ und τ erzeugten Gruppe genau 8 Elemente: Es gibt genau 4 Selbstabbildungen, bei denen die Vorderseite des Quadrates vorne bleibt (Drehung um 0°, um 90°, um 180° und um 270°) und genau vier Selbstabbildungen, bei denen die Vorderseite und die Rückseite 'vertauscht' werden (Spiegelungen an den beiden Diagonalen, sowie an der horizontalen und vertikalen Geraden durch den Mittelpunkt).
Um die Tabelle auszufüllen wurde benützt:

$$\sigma^2 = \mathrm{id}, \tau^4 = \mathrm{id}, \tau \circ \sigma \circ \tau = \sigma$$

Mit der letzten Gleichung erhält man z.B. $\tau \circ (\sigma \circ \tau^3) = (\tau \circ \sigma \circ \tau) \circ \tau^2 = \sigma\tau^2$. Vor allem wird man mit dem Ausfüllen der Tabelle schneller fertig, wenn man bedenkt, dass in der Verknüfungstafel einer Gruppe in jeder Zeile und in jeder Spalte jedes Gruppenelement genau ein mal vorkommt (das ist dann ein bisschen wie Sudoku).
Hier kommt außerdem hinzu, dass die Verknüfung einer Spiegelung mit einer Drehung (oder umgekehrt) eine Spiegelung gibt (die Rückseite des Quadrates bleibt vorne!) und die Verknüfung einer Spiegelung mit einer Spiegelung, sowie die Verknüfung einer Drehung mit einer Drehung eine Drehung ergibt. Damit sind die Drehungen im oberen linken und im unteren rechten Viertel und die Spiegelungen in den anderen beiden Vierteln der Tabelle.

Noch etwas: Während der Übung kam die Frage auf, ob man die Permutationen so aufschreibt (beispielhaft für die Drehung um 90° gegen den Uhrzeigersinn):

Ecke 1 wird dort hin abgebildet, wo vorher Ecke 2 war
→ also bildet die Permutation die 1 auf die 2 ab.

oder:

Da, wo vorher Ecke 1 war, wird die Ecke 4 abgebildet (anders ausgedrückt: Auf Platz 1 kommt die Ecke 4)
→ also bildet die Permutation die 1 auf die 4 ab.

Beides ist richtig, die Selbstabbildungen des Quadrates werden nur anders interpretiert. Die von den entsprechenden Permutationen erzeugten Gruppen sind also isomorph, da beide isomorph zur Gruppe der Selbstabbildungen des Quadrates sind.