

Lineare Algebra I für die Fachrichtung Informatik Übungsblatt 7

Aufgabe 1 (P)

- a) Welche der folgenden Aussagen sind richtig? Beweisen Sie jeweils Ihre Behauptung.
- (i) $V_1 = \{a \in \mathbb{R} \mid a > 0\}$ mit der üblichen Multiplikation als Vektoraddition und der Skalarmultiplikation $\lambda \odot v := v^\lambda$ ist ein \mathbb{R} -Vektorraum.
 - (ii) $V_2 = \{(x, y) \in \mathbb{Q}^2 \mid x^2 = -y^2\}$ mit der von \mathbb{Q}^2 geerbten Addition und Skalarmultiplikation ist ein \mathbb{Q} -Vektorraum.
- b) Es sei \mathbb{R}^3 der Standardvektorraum und $v_1, v_2, v_3 \in \mathbb{R}^3$ gegeben als

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie eine nicht-triviale Darstellung des Nullvektors durch v_1, v_2 und v_3 , sowie eine Basis der linearen Hülle von $\{v_1, v_2, v_3\}$.

Aufgabe 2 (P)

Betrachten Sie die folgende Teilmenge der komplexen Matrizen:

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{C} \text{ und } a + d \in \mathbb{R} \right\}.$$

- a) Zeigen Sie, dass V *kein* komplexer Vektorraum ist.
- b) Zeigen Sie, dass V ein *reeller* Vektorraum ist.
- c) Geben Sie eine Basis von V als \mathbb{R} -Vektorraum an.

Aufgabe 3

Zeigen Sie:

- a) \mathbb{C} ist ein endlich erzeugter \mathbb{R} -Vektorraum.
- b) \mathbb{R} ist kein endlich erzeugter \mathbb{Q} -Vektorraum.

Abgabe der Lösungen bis zum 05.12.2016 um 12 Uhr in den entsprechenden **gelben Briefkasten Ihres Tutoriums im Atrium des Kollegiengebäudes Mathematik (20.30)**. Bitte **heften Sie Ihre Abgabe ordentlich zusammen** und **vermerken Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer** auf jedem Blatt. Jede (P)-Aufgabe wird mit **maximal 6 Punkten** bewertet.