Karlsruher Institut für Technologie

Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
Sommersemester 2017
Prof. Dr. Enrico Leuzinger
Dr. Moritz Gruber
M. Sc. Julia Heller

Lineare Algebra II
Übungsblatt 12

Aufgabe 1 (P)

Im $\mathbb{R}^3$ sei die Menge $A := \left\{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x_1 - x_2 + \frac{1}{2}x_3 = 1\right\}$ gegeben.

a) Zeigen Sie, dass A ein affiner Unterraum ist und bestimmen Sie seine Dimension.

b) Bestimmen Sie ein affines Koordinatensystem von A mit Ursprung $(0, -1, 0)$ und berechnen Sie damit die Koordinaten der Punkte $P = (2, 4, 2)$, $Q = (0, -2, -2)$ und $R = (1, -2, -6)$.

c) Finden Sie einen Unterraum von $\mathbb{R}^3$, der bezüglich des Standardskalarprodukts orthogonal zu A ist.

Aufgabe 2 (P)

Sei $\mathbb{A} = \mathbb{A}(\mathbb{R}^3)$ und für $a \in \mathbb{R}^3$ sei die Abbildung $\varphi_a \colon \mathbb{A} \to \mathbb{A}$ gegeben durch

$$\varphi_a(x) = \begin{pmatrix} -7 & -4 & -8 \\ 4 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 5 \end{pmatrix} x + a.$$

a) Zeigen Sie, dass die Abbildung φ_a für alle $a \in \mathbb{R}^3$ eine Affinität ist.

b) Bestimmen Sie alle $a \in \mathbb{R}^3$, für die φ_a einen Fixpunkt hat und berechnen Sie in diesen Fällen die Fixpunktmenge $F_a \subseteq \mathbb{A}$.

c) Zeigen Sie, dass für $a = (2, -1, -1)$ und zwei Punkte $P, Q \in \mathbb{R}^3$, die nicht von φ_a fixiert werden, die beiden Geraden $P\varphi_a(P)$ und $Q\varphi_a(Q)$ parallel sind.

Aufgabe 3

Im n-dimensionalen affinen Raum $\mathbb{A}$ mit $n \geq 2$ über einem Körper $\mathbb{K}$ sei die Affinität φ gegeben mit

i) $\varphi(P) \neq P$ für alle $P \in \mathbb{A}$ und

ii) die Geraden $P\varphi(P)$ und $Q\varphi(Q)$ sind für alle $P, Q \in \mathbb{A}$ parallel.

Zeigen Sie, dass φ eine Translation ist.

Abgabe der Lösungen bis zum 21.07.2017 um 12 Uhr in den entsprechenden **gelben Briefkasten Ihres Tutoriums im Atrium des Kollegiengebäudes Mathematik (20.30)**. Bitte **heften Sie Ihre Abgabe ordentlich zusammen** und **vermerken Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer** auf jedem Blatt. Jede (P)-Aufgabe wird mit **maximal 6 Punkten** bewertet.