Universität Karlsruhe (TH)
Institut für Algebra und Geometrie
Dr. Klaus Spitzmüller
Dipl.-Inform. Wolfgang Globke

Lineare Algebra und Analytische Geometrie II für die Fachrichtung Informatik

Übungsblatt 11 **Sommersemester 2009**

Aufgabe 1

Im euklidischen Vektorraum $\mathbb{R}^3$ sei $\Phi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ eine Drehung.

(a) Zeigen Sie, dass für jedes $x \in \mathbb{R}^3$ der Vektor $\Phi(x) - x$ in der Drehebene liegt.

(b) Für Φ gelte:

$$\Phi(\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \Phi(\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}) = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}.$$

(i) Bestimmen Sie die Drehachse von Φ.

(ii) Bestimmen Sie die euklidische Normalform $\tilde{A}$ von Φ.

(iii) Bestimmen Sie eine Orthonormalbasis, bzgl. der Φ durch diese Normalform dargestellt wird.

Aufgabe 2

Gegeben ist die reelle Matrix

$$A = \begin{pmatrix} \frac{3}{4} & -\frac{1}{4}\sqrt{3} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4}\sqrt{3} \\ \frac{1}{4}\sqrt{3} & \frac{3}{4} & \frac{1}{4}\sqrt{3} & \frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4}\sqrt{3} & \frac{3}{4} & \frac{1}{4}\sqrt{3} \\ -\frac{1}{4}\sqrt{3} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4}\sqrt{3} & \frac{3}{4} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{4\times 4}.$$

(a) Zeigen Sie, dass A orthogonal ist.

(b) Bestimmen Sie die euklidische Normalform $\tilde{A}$ von A.

(c) Bestimmen Sie eine Matrix $T \in \mathbf{O}(4)$, so dass gilt: $T^\top A T = \tilde{A}$.

Einwurf der Lösungen bis zum 6.7.2009, 13:00 Uhr, in einen der Briefkästen im dritten Stock des Mathematik-Gebäudes 20.30 neben dem Seminarraum S32. Jede Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet. Die Übungsblätter stehen auch unter

http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/iag2/lehre/la2_inf2009s/

zum Download bereit.