Universität Karlsruhe (TH)
Institut für Algebra und Geometrie
Prof. Dr. Enrico Leuzinger
Dipl.-Math. Oliver Bauer

Lineare Algebra und Analytische Geometrie I

Übungsblatt 2 **Wintersemester 2008/2009**

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Bestimmen Sie die Gaußsche Normalform der folgenden Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & -2 \\ -1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \text{ und } B := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Gegeben sei das reelle Gleichungssystem

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 &= b_1, \\ x_1 - x_2 + x_3 &= b_2, \\ 2x_1 + x_3 &= b_3, \\ 2x_2 + 2x_3 &= b_4. \end{aligned}$$

(a) Berechnen Sie alle Lösungen für $b_1 = 1$, $b_2 = 2$, $b_3 = -1$, $b_4 = 7$.

(b) Finden Sie $b_1, b_2, b_3, b_4 \in \mathbb{R}$, so dass keine Lösung existiert.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

(a) Stellen Sie eine Wahrheitstafel zu der folgenden Aussage auf: $A \Rightarrow (B \Leftrightarrow C)$.

(b) Formalisieren Sie die folgenden Aussagen und stellen Sie fest, welche davon eine Negation des Satzes „Jedes Übungsblatt schafft Unzufriedene“ ist:

(i) Es gibt kein Übungsblatt, mit dem alle zufrieden sind.

(ii) Es gibt einen, der mit allen Übungsblättern zufrieden ist.

(iii) Es gibt ein Übungsblatt, mit dem alle zufrieden sind.

(iv) Alle sind mit jedem Übungsblatt zufrieden.

(v) Es gibt keinen, der mit allen Übungsblättern unzufrieden ist.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Gegeben seien die Mengen

$$M_1 := \{1, 2, 3, 4\},\ M_2 := \{n \in \mathbb{N} \mid n \geq 3\},\ M_3 := \{2n+1 \mid n \in \mathbb{N}\},\ M_4 := \{3n \mid n \in \mathbb{N}\}.$$

Bestimmen Sie $M_1 \cap M_2$, $M_1 \cup M_2$, $M_3 \cap M_4$, $M_1 \setminus M_3$, und $(M_4 \setminus M_2) \cup M_3$.

Einwurf der Lösungen bis zum 3.11.2008, 13:00 Uhr, in einen der Einwurfkästen im dritten Stock des Mathematik-Gebäudes 20.30 neben dem Seminarraum S32. Jede Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet. Die Übungsblätter stehen auch unter

http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/iag2/lehre/la_mathe2008w/

zum Download bereit.