

Mathematik II für die Fachrichtungen Biologie und Chemie

Übungsblatt 3

Sommersemester 07

Aufgabe 1. Spiegelungen.

Im \mathbb{R}^3 seien zwei parallele Ebenen E_1 und E_2 gegeben. Es bezeichne S_1, S_2 die Spiegelungen an E_1, E_2 . Zeigen Sie, dass ein Vektor $\vec{a} \in \mathbb{R}^3$ existiert mit der Eigenschaft

$$S_2(S_1(\vec{x})) = \vec{x} + \vec{a} \quad \text{für alle } \vec{x} \in \mathbb{R}^3.$$

Aufgabe 2. Polynome und Skalarprodukte.

Sei $V \subset \mathbb{R}[X]$ die Menge aller Polynome einer Variablen vom Grad ≤ 2 mit reellen Koeffizienten. Seien weiter x_1, x_2, x_3 paarweise verschiedene reelle Zahlen. Zeigen Sie:

- V ist mit der üblichen Addition und skalaren Multiplikation ein reeller Vektorraum.
- Seien $f, g \in V$. Dann definiert die Vorschrift

$$\langle f, g \rangle := \sum_{k=1}^3 f(x_k) \cdot g(x_k)$$

ein Skalarprodukt auf V .

Aufgabe 3. Orthonormalisierung.

Bilden Sie durch Anwendung des Schmidt'schen Orthonormalisierungsverfahrens auf die folgenden Vektoren ein Orthonormalsystem des \mathbb{R}^4 bezüglich des Standardskalarproduktes. Der erste Vektor des gesuchten Orthonormalsystems sei $\vec{w}_1 = \vec{v}_1 / \|\vec{v}_1\|$.

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Abgabe der Lösungen bis zum Mittwoch, den 09.05.2007 um 08:00 Uhr in den entsprechenden Briefkasten neben dem Seminarraum 32 im Mathematikgebäude. Die Abgabe darf auch in Zweiergruppen aus *demselben Tutorium* erfolgen. Bitte vermerken Sie auf Ihrer Abgabe jeweils *Name, Matrikelnummer* sowie die *Nummer Ihres Tutoriums*. Jede Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet. Die Übungsblätter stehen auch unter <http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/iag2/lehre/m2biochem2007s/> zum Download bereit.