

Mathematik II für die Fachrichtungen Biologie und Chemie

Übungsblatt 5

Sommersemester 07

Aufgabe 1. Orthogonalprojektionen

(a) Berechnen Sie die Orthogonalprojektion von

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \quad \text{auf die Gerade} \quad g = \left[\begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} \right] \subset \mathbb{R}^3.$$

(b) Berechnen Sie die Orthogonalprojektion des Vektors $\vec{x} \in \mathbb{R}^4$ auf den Untervektorraum $U \subset \mathbb{R}^4$ wobei

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad U = \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right].$$

Wie groß ist der Abstand $d(\vec{x}, U)$?

Aufgabe 2. Eigenschaften linearer Abbildungen

Seien V und W reelle Vektorräume und $L : V \rightarrow W$ eine lineare Abbildung. Zeigen Sie:

- $\text{Bild}(L) := \{L(\mathbf{v}) \mid \mathbf{v} \in V\}$ ist ein Untervektorraum von W .
- $\text{Kern}(L) := \{\mathbf{v} \in V \mid L(\mathbf{v}) = \mathbf{0}_W\}$ ist ein Untervektorraum von V .
- Seien nun $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_k$ linear abhängige Vektoren in V .
Zeigen Sie: Die Vektoren $L(\mathbf{v}_1), \dots, L(\mathbf{v}_k)$ sind linear abhängig in W .

Aufgabe 3. Abbildungsmatrizen

Sei P_3 der reelle Vektorraum der reellen Polynome in einer Variablen x vom Grad ≤ 3 , P_2 der der reellen Polynome vom Grad ≤ 2 . Aus der Vorlesung wissen Sie, dass die Abbildung $D : P_3 \rightarrow P_2$, die einem Polynom aus P_3 seine Ableitung zuordnet, linear ist.

- Berechnen Sie die Abbildungsmatrix von D bezüglich der Basen $B := \{1, x, x^2, x^3\}$ von P_3 und $C := \{1, x, x^2\}$ von P_2 .
- Berechnen Sie die Abbildungsmatrix von D bezüglich der Basen $B' := \{1, 1+x, 1+x+x^2, 1+x+x^2+x^3\}$ von P_3 und $C' := \{1, 1+x, 1+x+x^2\}$ von P_2 .

Abgabe der Lösungen bis zum Mittwoch, den 23.05.2007 um 08:00 Uhr in den entsprechenden Briefkasten neben dem Seminarraum 32 im Mathematikgebäude. Die Abgabe darf auch in Zweiergruppen aus *demselben Tutorium* erfolgen. Bitte vermerken Sie auf Ihrer Abgabe jeweils *Name, Matrikelnummer* sowie die *Nummer Ihres Tutoriums*. Jede Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet. Die Übungsblätter stehen auch unter <http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/iag2/lehre/m2biochem2007s/> zum Download bereit.