Universität Karlsruhe (TH)
Institut für Algebra und Geometrie
Dr. Klaus Spitzmüller
Dipl.-Math. Anastasia August

Mathematik II für die Fachrichtungen Biologie und Chemie

Übungsblatt 6 **Sommersemester 07**

Aufgabe 1. Matrizenprodukte

Es seien die folgenden reellen Matrizen gegeben:

$$A := \begin{pmatrix} 0 & \frac{thu}{er} & nd \\ 0 & \frac{stru}{er} & \frac{ck}{er} \end{pmatrix}, \quad B := \begin{pmatrix} 0 & \cos(\alpha) & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & -\cos(\alpha) \end{pmatrix}, \quad C := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ er & 0 \end{pmatrix},$$

$$D := \begin{pmatrix} -er & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad R := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ e^7 & \sin(\beta) \\ -5 & 0 \\ \cos(\beta) & -2 \end{pmatrix}$$

Dabei stehen die Buchstaben jeweils für reelle Zahlen und er ist ungleich Null. Welche der folgenden Produkte von Matrizen existieren? Berechnen Sie diese gegebenenfalls.

a) CD b) BA c) BC d) $ABBA$ e) $ACDC$ f) $ABRACADABRA$

Aufgabe 2. Matrizen

Sei $V := \mathbb{R}^{(2,2)}$ der Vektorraum der reellen 2×2–Matrizen. Aus der Vorlesung wissen Sie, wie man solche Matrizen multipliziert und dass für $A, B \in V$ im Allgemeinen gilt $AB \neq BA$.

a) Bestimmen Sie die Menge Z aller Matrizen $A \in V$, für die gilt: $AB = BA$ für **alle** $B \in V$.

b) Zeigen Sie: Z ist ein Untervektorraum von V.

Aufgabe 3. Verkettung von Abbildungen

Bezüglich der Standardbasen in $\mathbb{R}^4$ bzw. $\mathbb{R}^3$ seien die folgenden linearen Abbildungen gegeben:

$$L_1 : \begin{cases} & \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3 \\ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} & \mapsto \begin{pmatrix} 2 \cdot x_2 + x_3 \\ x_1 - x_4 \\ 2 \cdot x_1 - 3 \cdot x_2 + x_4 \end{pmatrix} \end{cases} \quad \text{und} \quad L_2 : \begin{cases} & \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3 \\ \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} & \mapsto \begin{pmatrix} y_1 + y_2 \\ y_3 - y_1 \\ 0 \end{pmatrix} \end{cases}$$

a) Geben Sie die Abbildung $L_2 \circ L_1$ an. Bestimmen Sie die Abbildungsmatrizen A von L_1, B von L_2 und C von $L_2 \circ L_1$ bezüglich der Standardbasen im $\mathbb{R}^4$ bzw. $\mathbb{R}^3$.

b) Zeigen Sie, dass gilt: $C = BA$.

Abgabe der Lösungen bis zum Mittwoch, den 30.05.2007 um 08:00 Uhr in den entsprechenden Briefkasten neben dem Seminarraum 32 im Mathematikgebäude. Die Abgabe darf auch in Zweiergruppen aus *demselben Tutorium* erfolgen. Bitte vermerken Sie auf Ihrer Abgabe jeweils *Name, Matrikelnummer* sowie die *Nummer Ihres Tutoriums*. Jede Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet. Die Übungsblätter stehen auch unter **http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/iag2/lehre/m2 biochem2007s/** zum Download bereit.