

Mathematik II für die Fachrichtungen Biologie und Chemie

Übungsblatt 8

Sommersemester 07

Aufgabe 1. Determinanten

(a) Berechnen Sie die Determinanten der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 3 \\ 8 & 7 & 5 & 6 \\ -2 & 0 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

(b) Sei $C \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ und $\det C = 4$. Berechnen Sie die Determinanten von $\frac{1}{2}C$ und $C^{-1}C^T C$.

Aufgabe 2. Determinanten

Für alle $n \in \mathbb{N}$ seien die Matrizen $A_n = (a_{ij}) \in \mathbb{R}^{(n,n)}$ definiert durch

$$a_{ij} := \begin{cases} 2 & \text{für } i = j \\ 1 & \text{für } i = j + 1 \\ 1 & \text{für } j = i + 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion: Es gilt für alle n : $\det(A_n) = n + 1$.

Aufgabe 3. Eigenwerte

Berechnen Sie die Eigenwerte der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & a^2 \\ b^2 & 2 \end{pmatrix}, \quad a \geq 0, b > 0.$$

Bestimmen Sie die zugehörigen Eigenräume. Sind die Eigenvektoren zu verschiedenen Eigenwerten orthogonal? Für welche Werte von a, b kann aus den Eigenvektoren von A keine Basis des \mathbb{R}^2 gebildet werden?

Abgabe der Lösungen bis zum Mittwoch, den 13.06.2007 um 08:00 Uhr in den entsprechenden Briefkasten neben dem Seminarraum 32 im Mathematikgebäude. Die Abgabe darf auch in Zweiergruppen aus *demselben Tutorium* erfolgen. Bitte vermerken Sie auf Ihrer Abgabe jeweils *Name, Matrikelnummer* sowie die *Nummer Ihres Tutoriums*. Jede Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet. Die Übungsblätter stehen auch unter <http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/iag2/lehre/m2biochem2007s/> zum Download bereit.