

Mathematik II für die Fachrichtungen Biologie und Chemie

Übungsblatt 10

Sommersemester 07

Aufgabe 1. Separation der Variablen

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung $x(t)$ der folgenden Differentialgleichungen und skizzieren Sie Lösungen mit verschiedenen Anfangswerten $x(0) = x_0$ in einem (t, x) -Koordinatensystem.

$$x' + t = 0 \quad x' = -\frac{t^2}{x^3} \quad x' \cdot t + 2 \cdot x = 0 \quad t \cdot (x^2 + 1) + x \cdot (t^2 + 1) \cdot x' = 0.$$

Aufgabe 2. Radioaktiver Zerfall und die ^{14}C -Methode

In der Archäologie benutzt man die von Libby 1947 entwickelte ^{14}C -Methode zur Bestimmung des Alters von Fundstücken, die organische Bestandteile enthalten. Dabei geht man davon aus, dass durch Weltraumstrahlung in der Atmosphäre ständig radioaktive ^{14}C -Atome gebildet werden, die sehr schnell in Kohlendioxid gebunden werden. Dieser dringt über die Atmung in organische Substanzen. Man geht davon aus, dass die Konzentration der ^{14}C -Atome in der Luft (und damit auch in jedem **lebenden** Organismus) in etwa konstant gleich C_0 ist. Stirbt nun ein Organismus, so nimmt er kein Kohlendioxid mehr auf und die ^{14}C -Atome in seinem Inneren beginnen zu zerfallen, die Konzentration sinkt also. Nun ist die Halbwertszeit von ^{14}C etwa 5730 Jahre.

- Stellen Sie die Differentialgleichung für den Zerfall von ^{14}C auf und lösen Sie diese in Abhängigkeit von t und C_0 .
- Die Leinenbinden, mit denen eine Mumie eingewickelt war, die Sie im Tal der Könige gefunden haben, enthalten noch 60% der Konzentration von ^{14}C -Atomen in der Luft. Wie alt sind die Binden etwa?

Aufgabe 3. Fundamentalsystem

Bestimmen Sie ein Fundamentalsystem von Lösungen und die allgemeine Lösung des folgenden linearen Systems von Differentialgleichungen

$$\begin{aligned}x_1'(t) &= -2x_1(t) - x_2(t) - 2x_3(t) \\x_2'(t) &= 2x_1(t) - x_2(t) + 2x_3(t) \\x_3'(t) &= 2x_1(t) + 2x_2(t) + 2x_3(t).\end{aligned}$$

Abgabe der Lösungen bis zum Mittwoch, den 27.06.2007 um 08:00 Uhr in den entsprechenden Briefkasten neben dem Seminarraum 32 im Mathematikgebäude. Die Abgabe darf auch in Zweiergruppen aus *demselben Tutorium* erfolgen. Bitte vermerken Sie auf Ihrer Abgabe jeweils *Name*, *Matrikelnummer* sowie die *Nummer Ihres Tutoriums*. Jede Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet. Die Übungsblätter stehen auch unter <http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/iag2/lehre/m2biochem2007s/> zum Download bereit.