

## Mathematik II für die Fachrichtungen Biologie und Chemie

### Übungsblatt 12

Sommersemester 07

#### Aufgabe 1. Partielle Ableitungen

Gegeben sei die Funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(x, y) := 2 \cdot x^3 - x \cdot y^2 + 5 \cdot x^2 + y^2$$

- Berechnen Sie das totale Differential (das heißt die Ableitung) von  $f$ .
- Bestimmen Sie die Koordinatenform der Tangentialebene an den Graphen von  $f$  im Punkt  $P(-1, 1, 5)$ .  
**Hinweis:** Die Tangentialebene an den Punkt  $(x_0, y_0, f(x_0, y_0))$  wird von den Vektoren  $(1, 0, f_x(x_0, y_0))^T$  und  $(0, 1, f_y(x_0, y_0))^T$  aufgespannt.
- Bestimmen Sie die Koordinaten der stationären Punkte von  $f$  und stellen Sie fest, ob es sich um Extrema oder Sattelpunkte handelt. Bestimmen Sie gegebenenfalls die Art der Extrema.

#### Aufgabe 2. Methode der kleinsten Quadrate

Zu den folgenden Messdaten  $(x_i, y_i)$  ist das Polynom  $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$  zweiten Grades so zu bestimmen, dass

$$f(a_0, a_1, a_2) := \sum_{k=1}^7 (p(x_k) - y_k)^2$$

minimal wird. Finden Sie  $p$  und vergleichen Sie die Werte  $p(x_k)$  mit den gegebenen Messwerten.

$x$	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2
$y$	0.77	0.16	-0.18	-0.32	-0.12	0.27	0.88

#### Aufgabe 3. Potentialfelder

Es sei das folgende Vektorfeld  $\vec{V}_a : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  gegeben:

$$\vec{V}_a(x, y, z) := (y^2 + a \cdot x \cdot z, z^2 + 2 \cdot x \cdot y, x^2 + 2 \cdot y \cdot z).$$

Dabei sei  $a \in \mathbb{R}$  ein reeller Parameter. Zeigen Sie, dass genau ein  $a_0 \in \mathbb{R}$  existiert, so dass  $\vec{V}_{a_0}$  ein Gradientenfeld ist und bestimmen Sie ein Potential  $f$  für dieses Gradientenfeld.

---

**Abgabe** der Lösungen bis zum Mittwoch, den 11.07.2007 um 08:00 Uhr in den entsprechenden Briefkästen neben dem Seminarraum 32 im Mathematikgebäude. Die Abgabe **sollte** in Zweiergruppen aus *demselben Tutorium* erfolgen. Bitte vermerken Sie auf Ihrer Abgabe jeweils *Name, Matrikelnummer* sowie die *Nummer Ihres Tutoriums*. Jede Aufgabe wird mit maximal 4 Punkten bewertet. Die Übungsblätter stehen auch unter <http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/iag2/lehre/m2biochem2007s/> zum Download bereit.