Karlsruher Institut für Technologie

Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
PD Dr. Gabriele Link
Dipl.-Math. Rafaela Rollin

Mathematik I (Wintersemester 2014/15)

Übungsblatt 5

Aufgabe 1 Es sei $a > 0$, $a \neq 1$. Zeigen Sie die folgenden Rechenregeln:

a) $\log_a x = \dfrac{\ln x}{\ln a}$ für alle $x > 0$.

b) $\log_a x = -\log_{\frac{1}{a}} x = -\log_a \dfrac{1}{x}$ für alle $x > 0$.

c) $\tan(x+y) = \dfrac{\tan(x) + \tan(y)}{1 - \tan(x) \cdot \tan(y)}$ (Additionstheorem des Tangens).

Aufgabe 2

a) Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil der komplexen Zahl

$$z = 3 \cdot e^{\mathrm{i}\pi/4}.$$

b) Finden Sie $r > 0$ und $\varphi \in (-\pi, \pi]$, so dass gilt:

$$1 + \mathrm{i}\sqrt{3} = r \cdot e^{\mathrm{i}\varphi}.$$

c) Bestimmen Sie alle komplexen Lösungen der Gleichung

$$z^6 = 1$$

und skizzieren Sie die Lösungsmenge in der komplexen Zahlenebene.

Aufgabe 3 Untersuchen Sie die unten durch die Angabe der Folgenglieder definierten Folgen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert:

a) $a_n = \frac{21n^7 - 15n^5 + 7n^2 + 2n}{97 - 17n^3 + 3n^4 - n^6 + \frac{1}{2}n^7}$.

b) $b_n = \left(n - \frac{1}{n}\right)^n$.

c) $c_n = \frac{1+2+\ldots+n}{n+2} - \frac{n}{2}$.

d) $d_n = \sqrt{n^4 + 42n^2 - 1} - n^2$.

(*Hinweis:* Machen Sie sich in Aufgabenteil (d) die „dritte Binomische Formel“ zu Nutze.)

Abgabe der Lösungen bis Montag, den 1.12.2014, 12 Uhr in den Briefkasten Ihres Tutoriums zwischen den Seminarräumen 1C-03 und 1C-04 im Allianzgebäude (Gebäude 5.20). Bitte **heften** Sie Ihre Abgabe zusammen und versehen Sie sie mit Ihrem **Namen**, Ihrer **Matrikelnummer** und der **Gruppennummer** Ihres Tutoriums.