

Mathematik I (Wintersemester 2014/15) Übungsblatt 7

Aufgabe 1 Für welche $x \in \mathbb{R}$ sind die folgenden Funktionen stetig?

a) $f_1 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, gegeben durch

$$f_1(x) = \begin{cases} (1 - e^x) \cdot \cos\left(\frac{1}{x}\right) & \text{für } x \neq 0, \\ 0 & \text{für } x = 0. \end{cases}$$

b) $f_2 : [-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, gegeben durch

$$f_2(x) = \begin{cases} \frac{1 - \sqrt{x+1}}{x} & \text{für } x \neq 0, \\ -\frac{1}{2} & \text{für } x = 0. \end{cases}$$

Aufgabe 2 Gegeben seien die beiden Funktionen

$$f_1(x) = \frac{(x-3)(x-2)(x-1)}{x^2 - 3x + 2}, \quad f_2(x) = \frac{x^3}{|x^3| + x^4}.$$

- a) Für welche reellen Zahlen x sind f_1 und f_2 jeweils definiert?
b) Setzen Sie f_1 und f_2 , falls möglich, durch stetige Ergänzung jeweils zu einer Funktion auf ganz \mathbb{R} fort.

Aufgabe 3 Zeigen Sie, dass jede stetige Funktion $f : [a, b] \rightarrow [a, b]$ einen *Fixpunkt* hat, d. h. dass es ein $x_0 \in [a, b]$ gibt mit $f(x_0) = x_0$.

Hinweis: Betrachten Sie dazu die Hilfsfunktion $g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto x - f(x)$.

Abgabe der Lösungen bis Montag, den 15.12.2014, 12 Uhr in den Briefkasten Ihres Tutoriums zwischen den Seminarräumen 1C-03 und 1C-04 im Allianzgebäude (Gebäude 5.20). Bitte **heften** Sie Ihre Abgabe zusammen und versehen Sie sie mit Ihrem **Namen**, Ihrer **Matrikelnummer** und der **Gruppennummer** Ihres Tutoriums.