Karlsruher Institut für Technologie

Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
PD Dr. Gabriele Link
Dipl.-Math. Rafaela Rollin

Mathematik I (Wintersemester 2014/15)

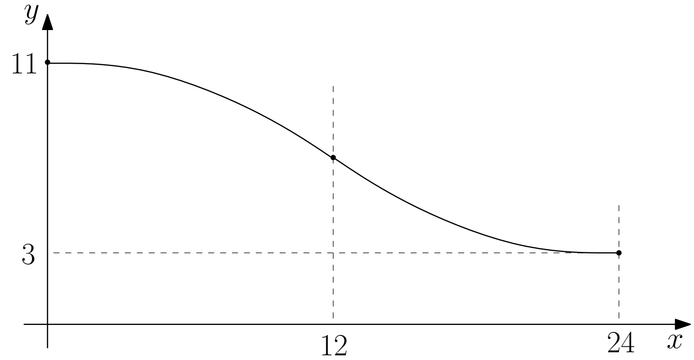
Übungsblatt 8

Aufgabe 1 In einen bestehenden Hang soll eine Rodelbahn eingebaut werden. Von $x = 0$ bis $x = 12$ [m] folgt die Bahn einer Parabel mit Scheitelpunkt bei $x = 0$, $y = 11$; von $x = 12$ bis $x = 24$ folgt sie einer Parabel mit Scheitelpunkt bei $x = 24$, $y = 3$ (siehe Skizze). Damit die Rodelbahn tatsächlich zum Rodeln geeignet ist, muss gelten:

(1) Der Anschluss der beiden Parabelstücke bei $x = 12$ ist stetig. (Das heißt, die Rodelbahn hat dort keine „Sprungstelle".)

(2) Der Anschluss der beiden Parabelstücke bei $x = 12$ ist differenzierbar. (Das heißt, die Rodelbahn macht dort keinen „Knick".)

Bestimmen Sie die beiden Parabeln.



Hinweis: Eine Parabel mit Scheitelpunkt (x_0, y_0) ist der Graph einer Funktion der Form

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = a(x - x_0)^2 + y_0, \quad a \in \mathbb{R}.$$

Aufgabe 2

a) Berechnen Sie jeweils die erste und zweite Ableitung der folgenden Funktionen:

(i) $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = 2(x^2 - 3x + 11)^3$,

(ii) $g : \mathbb{R} \setminus \{0\} \to \mathbb{R}, \quad g(x) = \exp(\frac{2}{x^2})$.

b) Für $n \in \mathbb{N}$ sei eine stetige Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} x^n \sin(\frac{1}{x^2}) & \text{für } x \neq 0, \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases}.$$

Untersuchen Sie, für welche n die Funktion f differenzierbar bzw. stetig differenzierbar ist.

Bitte wenden!

Aufgabe 3 Für $n \in \mathbb{N}$ sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto x^n$ gegeben. Um die Ableitung von f zu berechnen gibt es (mindestens) drei Möglichkeiten. Man kann

(1) den Grenzwert des Differenzenquotienten betrachten,

(2) das Verfahren der vollständigen Induktion verwenden oder

(3) Exponentialabbildung und Logarithmus zur Darstellung von f nutzen (siehe Abschnitt 3.2 der Vorlesung).

Suchen Sie sich zwei unterschiedliche Möglichkeiten aus und berechnen Sie die Ableitung von f auf beide Arten.

Abgabe der Lösungen bis Montag, den 22.12.2014, 12 Uhr in den Briefkasten Ihres Tutoriums zwischen den Seminarräumen 1C-03 und 1C-04 im Allianzgebäude (Gebäude 5.20). Bitte **heften** Sie Ihre Abgabe zusammen und versehen Sie sie mit Ihrem **Namen**, Ihrer **Matrikelnummer** und der **Gruppennummer** Ihres Tutoriums.