Karlsruher Institut für Technologie

Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
PD Dr. Gabriele Link
Dipl.-Math. Rafaela Rollin

Mathematik I (Wintersemester 2014/15)

Übungsblatt 9

Aufgabe 1 Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte mit der Regel von de l'Hospital und begründen Sie dabei jeweils, warum Sie diese anwenden dürfen:

a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(x) - x\cos(x)}{\ln(x+1)}$,

b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\mathrm{e}^{5x} - \mathrm{e}^{3x}}{\mathrm{e}^{x} - 1}$,

c) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^5 + x^4 - 9x^3 - x^2 + 20x - 12}{x^5 - x^4}$,

d) $\lim\limits_{x\to \infty} \dfrac{x^n}{\exp(x)}$ mit $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 2 Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x) = -3e^{-(x+1)^2}.$$

a) Bestimmen Sie die uneigentlichen Grenzwerte $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ und $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$.

b) Bestimmen Sie die lokalen Extrema von f. Entscheiden Sie jeweils, ob es sich um ein lokales Maximum bzw. Minimum handelt.

c) Bestimmen Sie die Wendepunkte von f und geben Sie das Intervall $[a, b]$ an, auf dem f streng konvex ist.

Aufgabe 3 Zeigen Sie mit Hilfe des Mittelwertsatzes:

a) Für alle reellen $a, b \geq 0$ mit $a < b$ gilt

$$\frac{1}{2}(b-a) < \ln(1+e^b) - \ln(1+e^a) < b - a.$$

b) Für jedes $c \in \mathbb{R}$ besitzt die Polynomfunktion $p : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $p(x) = x^3 - 3x + c$ **keine** zwei verschiedenen Nullstellen ξ_1, ξ_2 (mit $\xi_1 < \xi_2$) im Intervall $[-1, 1]$.

Abgabe der Lösungen bis Montag, den 12.1.2015, 12 Uhr in den Briefkasten Ihres Tutoriums zwischen den Seminarräumen 1C-03 und 1C-04 im Allianzgebäude (Gebäude 5.20). Bitte **heften** Sie Ihre Abgabe zusammen und versehen Sie sie mit Ihrem **Namen**, Ihrer **Matrikelnummer** und der **Gruppennummer** Ihres Tutoriums.