

Mathematik I (Wintersemester 2015/2016)

Übungsblatt 7

Aufgabe 1 Untersuchen Sie, ob die folgenden Grenzwerte existieren und berechnen Sie sie gegebenenfalls.

- a) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ und $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ für $f : \mathbb{R} \setminus \{-3, 1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \frac{x+3}{x^2+2x-3}$.
- b) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ für $f : \mathbb{R} \setminus \{-2, -\frac{3}{2}, -1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \frac{1}{x+1} \left(\frac{2}{x+2} - \frac{2}{2x+3} \right)$.
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ für $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$.
- d) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ für $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \frac{e^{\frac{x^2}{2}} - 1}{x}$.

Aufgabe 2 Für welche $x \in \mathbb{R}$ sind die folgenden Funktionen stetig?

a) $f_1 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, gegeben durch

$$f_1(x) = \begin{cases} (1 - e^x) \cdot \sin\left(\frac{1}{x^2}\right) & \text{für } x \neq 0, \\ 0 & \text{für } x = 0. \end{cases}$$

b) $f_2 : [-2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, gegeben durch

$$f_2(x) = \begin{cases} \frac{2 - \sqrt{x+2}}{x-2} & \text{für } x \neq 2, \\ -\frac{1}{4} & \text{für } x = 2. \end{cases}$$

Aufgabe 3 Gegeben seien die beiden Funktionen

$$f_1(x) = \frac{(x-3)(x-2)(x+1)}{x^2 - x - 2}, \quad f_2(x) = \frac{x^3}{|x^3| + x^4}.$$

- a) Für welche reellen Zahlen x sind f_1 und f_2 jeweils definiert?
- b) Setzen Sie f_1 und f_2 , falls möglich, durch stetige Ergänzung jeweils zu einer Funktion auf ganz \mathbb{R} fort.

Abgabe der Lösungen bis Montag, den 14.12.2015, 12 Uhr in den Briefkasten Ihres Tutoriums im Foyer des Kollegiengebäudes Mathematik (20.30). Bitte **heften** Sie Ihre Abgabe zusammen und versehen Sie sie mit Ihrem **Namen**, Ihrer **Matrikelnummer** und der **Gruppennummer** Ihres Tutoriums.