Karlsruher Institut für Technologie

Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
PD Dr. Gabriele Link
Dipl.-Math. Rafaela Rollin

Mathematik I (Wintersemester 2015/2016)

Übungsblatt 9

Aufgabe 1 Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte mit der Regel von l'Hospital und begründen Sie dabei jeweils, warum Sie diese anwenden dürfen:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin(x)-x\cos(x)}{\ln(x+1)}, \qquad \lim_{x\to 0}\frac{e^{-x}-1+x}{x^2}, \qquad \lim_{x\to 0}\frac{1-\cos(\frac{x}{2})}{1-\cos(x)}, \qquad \lim_{x\to\infty}\frac{x^n}{\exp(x)} \text{ mit } n\in\mathbb{N}.$$

Aufgabe 2 Gegeben sei die Funktion

$$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ x\mapsto x^2\cdot e^{-x}.$$

a) Bestimmen Sie die uneigentlichen Grenzwerte $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ und $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ sowie die Nullstellen von f.

b) Bestimmen Sie die lokalen Extrema von f und entscheiden Sie jeweils, ob es sich um ein lokales Maximum oder Minimum handelt.

c) Bestimmen Sie die Wendepunkte von f und geben Sie das maximale Intervall $[a,b]$ an, auf dem f streng konkav ist.

d) Skizzieren Sie den Graphen von f.

Aufgabe 3

a) Berechnen Sie die Ableitung der Funktion

$$f:\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)\longrightarrow\mathbb{R}, \quad x\longmapsto\cos\left(e^{3x}\right)\cdot\tan\left(-x\right).$$

b) Es sei $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R},\ x\mapsto\arctan(x)$.

(1) Zeigen Sie, dass für alle $x\in\mathbb{R}$ gilt:

$$0<g'(x)\leq 1.$$

(2) Zeigen Sie mit Hilfe des Mittelwertsatzes, dass für alle $a,b\in\mathbb{R}$ mit $a<b$ gilt:

$$0<g(b)-g(a)\leq b-a.$$

Abgabe der Lösungen bis Montag, den 11.1.2016, 12 Uhr in den Briefkasten Ihres Tutoriums im Foyer des Kollegiengebäudes Mathematik (20.30). Bitte **heften** Sie Ihre Abgabe zusammen und versehen Sie sie mit Ihrem **Namen**, Ihrer **Matrikelnummer** und der **Gruppennummer** Ihres Tutoriums.