Karlsruher Institut für Technologie

Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
PD Dr. Gabriele Link
Dipl.-Math. Rafaela Rollin

Mathematik I (Wintersemester 2015/2016)
Übungsblatt 10

Aufgabe 1 (12 Punkte)

a) Bestimmen Sie das Taylor-Polynom $P_{5,1}$ der Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad f(x) = x^5 - 2x^4 - 2x^3 + 10x^2 - 11x + 6$$

sowie das zugehörige Restglied.

b) Bestimmen Sie das Taylor-Polynom $P_{3,0}$ der Funktion

$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \quad g(x) = e^{\cos(x)}.$$

c) Bestimmen Sie für alle $n \in \mathbb{N}$ das Taylor-Polnom $P_{n,-1}$ der Funktion

$$h : (-2, \infty) \to \mathbb{R}, \quad h(x) = \frac{1}{2+x}.$$

d) Zeigen Sie für $x \geq 0$ die folgende Abschätzung:

$$\sqrt{x+4} \geq 2 + \frac{x}{4} - \frac{x^2}{64}.$$

(*Hinweis:* Verwenden Sie die Taylor-Formel für die Funktion $\sqrt{x+4}$ im Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.)

Aufgabe 2 (6 Punkte)

a) Zeigen Sie, dass die Funktion

$$f : [0,1] \to \mathbb{R}, \qquad f(x) = \begin{cases} 0, & x = 0 \\ \frac{1}{x^2}, & x > 0 \end{cases}$$

nicht integrierbar ist.

(*Hinweis:* Zeigen Sie hierzu, dass für eine (von Ihnen gewählte) Folge von Zerlegungen (Z_l), deren Feinheit gegen 0 konvergiert, gilt, dass $\mathrm{S}(Z_l) \to \infty$ für $l \to \infty$.)

b) Bestimmen Sie das bestimmte Integral

$$\int_0^a e^x \mathrm{d}x, \qquad \text{für } a \in (0, \infty)$$

mit Hilfe von Riemann-Summen, betrachten Sie die äquidistante Zerlegung.

(*Hinweis:* Hier werden Sie eventuell die endliche geometrische Reihe (Bemerkung 1.8 im Skript) benötigen.)

Abgabe der Lösungen bis Montag, den 18.1.2016, 12 Uhr in den Briefkasten Ihres Tutoriums im Foyer des Kollegiengebäudes Mathematik (20.30). Bitte **heften** Sie Ihre Abgabe zusammen und versehen Sie sie mit Ihrem **Namen**, Ihrer **Matrikelnummer** und der **Gruppennummer** Ihres Tutoriums.