Karlsruher Institut für Technologie

Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
Wintersemester 2017/18
Dr. Holger Kammeyer
Dr. Moritz Gruber

Mathematik I für Naturwissenschaftler
Übungsblatt 2

27.10.2017

Aufgabe 1

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

a) Falls $n \geq 10$ gilt, dann ist $2^n > n^3$.

b) $\sum_{k=0}^{n} k^3 = \frac{1}{4} n^2 (n+1)^2$.

c) $\frac{n}{6} + \frac{n^2}{2} + \frac{n^3}{3}$ ist eine natürliche Zahl.

Aufgabe 2

Es sei $z \in \mathbb{C}$.

a) Zeigen Sie:
   (i) $\frac{1}{2}(z + \overline{z}) = \mathrm{Re}(z)$.
   (ii) $\frac{1}{2\mathrm{i}}(z - \overline{z}) = \mathrm{Im}(z)$.

   Hinweis: Ein Skizze in der Gaußschen Zahlenebene kann hilfreich sein.

b) Skizzieren Sie die folgenden Teilmengen der komplexen Zahlen in der Gaußschen Zahlenebene.
   (i) $M_1 = \left\{ z \in \mathbb{C} \middle| |z|^2 \leq 2 \text{ und } 0 \leq \mathrm{Im}(z) \leq 1 \right\}$
   (ii) $M_2 = \{ z \in \mathbb{C} | |z - 3 + i| < 4 \text{ oder } \mathrm{Re}(iz) \leq 1 \}$

Aufgabe 3

Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil der folgenden komplexen Zahlen:

a) $z_1 = \frac{2-2i}{1+3i}$,

b) $z_2 = \overline{(1 - i + 3 - 2i) \cdot (1 - i - (3 - 2i))}$,

c) $z_3 = \frac{i^3}{2-i} \cdot \overline{\left(\frac{2+i}{-4+2i} \right)}$.

Abgabe der Lösungen bis zum 6.11.2017 um 12 Uhr in den entsprechenden **Briefkasten Ihres Tutoriums im Atrium des Kollegiengebäudes Mathematik (20.30)**. Bitte **heften Sie Ihre Abgabe ordentlich zusammen** und **vermerken Sie Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer** auf jedem Blatt.