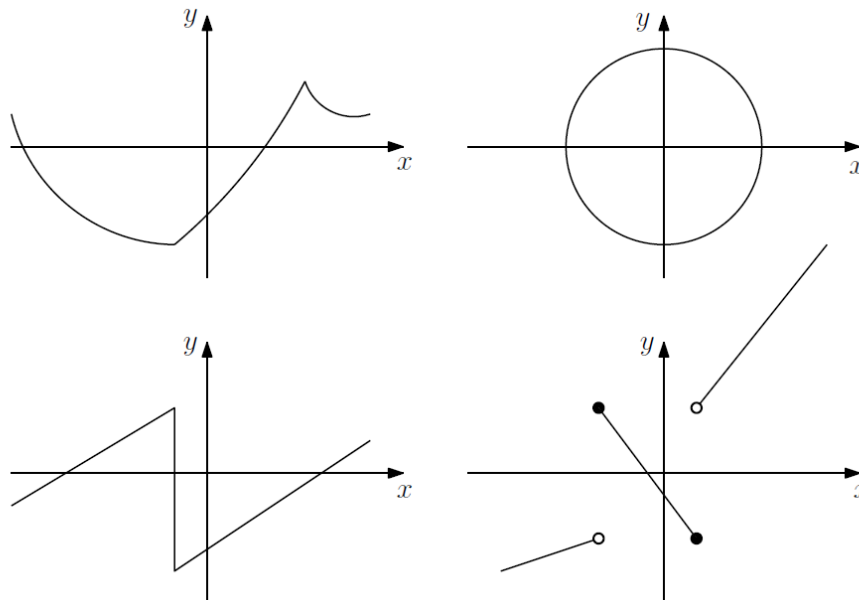


Mathematik I für Naturwissenschaftler Übungsblatt 3

6.11.2015

Aufgabe 1

- a) Geben Sie jeweils eine Definition der Begriffe *injektiv* und *surjektiv* an.
b) Welche der folgenden Schaubilder sind Graphen einer Funktion? Begründen Sie Ihre Antwort.



- c) Beantworten Sie für die Schaubilder, die Graphen einer Funktion zeigen, folgende Fragen:

- (i) Ist die zugehörige Funktion injektiv?
- (ii) Ist die zugehörige Funktion surjektiv?
- (iii) Ist die zugehörige Funktion monoton?

Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2

- a) Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf Injektivität, Surjektivität und Bijektivität.
- (i) $f_1: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto \bar{z}$.
 - (ii) $f_2: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto \frac{1}{2i}(z - \bar{z})$.
- b) Es seien A, B zwei nichtleere Mengen und $f: A \rightarrow B$ eine Abbildung. Zeigen Sie:
- (i) f ist genau dann injektiv, wenn es eine Abbildung $g: B \rightarrow A$ mit $g \circ f = Id_A$ gibt.
 - (ii) f ist genau dann surjektiv, wenn es eine Abbildung $h: B \rightarrow A$ mit $f \circ h = Id_B$ gibt.
 - (iii) Ist f bijektiv, so sind die Abbildungen g und h eindeutig und es gilt $g = h = f^{-1}$.

BITTE WENDEN!

Aufgabe 3

Gegeben seien die folgenden Funktionen:

$$f(x) = \sqrt{x-1} \quad \text{mit Definitionsbereich } D_f = [1, \infty),$$

$$g(x) = \frac{x}{x+1} \quad \text{mit Definitionsbereich } D_g = [0, \infty).$$

- Bestimmen Sie eine Funktion \tilde{f} mit passendem Definitionsbereich, deren Graph der um 5 nach rechts verschobene Graph von f ist.
- Bestimmen Sie eine Funktion \tilde{g} mit passendem Definitionsbereich, deren Graph der an der y -Achse gespiegelte Graph von g ist.
- Bestimmen Sie die Wertebereiche $W_f, W_g \subset \mathbb{R}$ von f und g .
- Welche der Verkettungen

$$f \circ f, \quad f \circ g, \quad g \circ f, \quad g \circ g$$

sind definiert? Und wie sieht in diesen Fällen die verkettete Funktion aus?