

Ziel dieses Seminars ist es, einen Teil der kombinatorischen Gruppentheorie kennen zu lernen. Die Frage, die uns dabei leiten wird, ist die folgende:

Sei G eine Gruppe, die auf einem Graphen wirkt. Was kann man über G aussagen, wenn man mit Hilfe der Gruppenwirkung einen Teil von G (zum Beispiel die Stabilisatoren der Ecken im Graphen) kennt?

Zwischen Graphen von Gruppen und Gruppenwirkungen gibt es einen engen Zusammenhang, den wir im Seminar studieren werden. Wir konzentrieren uns dabei im Wesentlichen auf die Wirkung von Gruppen auf Bäumen und lernen verschiedene Anwendungen kennen. Es lässt sich zum Beispiel geometrisch zeigen, dass jede Untergruppe einer freien Gruppe frei ist. Wir werden auch "den" Bruhat-Tits Baum von SL_2 über einem lokalen Körper kennen lernen.

Grundlage des Seminars ist das Buch *Trees* von **Jean-Pierre Serre**.

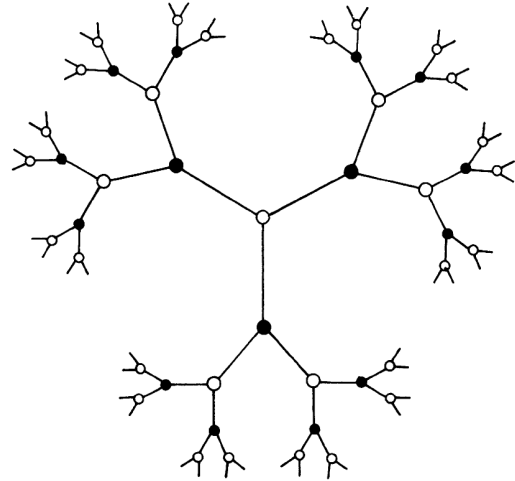


Figure 1: Baum zu $SL_2(\mathbb{Q}_2)$

Vorbesprechung am 10. Februar 2017 um 13:15 Uhr in SR 0.016.

Bemerkungen:

- Die Vorlesung Geometrische Gruppentheorie wird vorausgesetzt.
- Das Seminar eignet sich für Masterstudenten, fortgeschrittene Bachelor- und Lehramtsstudenten. Im Anschluss an das Seminar können bei erfolgreicher Teilnahme Abschlussarbeitsthemen vergeben werden.
- Beschreibungen der Vortragsthemen finden Sie auf unseren Webseiten, sowie am Aushang neben den Büros.
- Bei Fragen vorab schreiben Sie uns bitte vorher eine Mail an petra.schwer@kit.edu oder julia.heller@kit.edu.

Literatur:

- [M] J. Meier. *Groups, Graphs and Trees*. Cambridge University Press, 2008.
- [N] J. Neukirch. *Algebraische Zahlentheorie*. Springer-Verlag, Berlin, 1992.
- [S] J.-P. Serre. *Trees*. Springer-Verlag, Berlin, 1980.

Vortragsthemen im Seminar „Bäume“

JProf. Dr. Petra Schwer, M.Sc. Julia Heller

(1) Graphen Es werden Graphen (insbesondere Bäume) eingeführt und Eigenschaften erläutert. Unter anderem werden Bäume durch inverse Systeme charakterisiert und Unterbäume von Graphen untersucht.

Literatur: [S] I.2

(2) Fundamentalbereiche und Erzeugendensysteme Fundamentalbereiche von Gruppenwirkungen auf Graphen werden definiert und gezeigt, wie damit Erzeugendensysteme der Gruppe bestimmt werden können.

Literatur: [M] 1.8

(3) Bäume und freie Gruppen In diesem Vortrag werden freie Gruppen und zugehörige Bäume untersucht. Als Anwendung erhalten wir den Satz von Schreier.

Literatur: [S] I.3 ohne 3.3

(4) Charakterisierung von freien Gruppen Freie Gruppen werden eindeutig durch ihre Wirkung auf Bäumen charakterisiert.

Literatur: [M] 3.4 und Referenzen darin

(5) Amalgame Es werden Amalgame und direkte Limiten von Gruppen eingeführt und Beispiele diskutiert (z.B. Darstellung eines Amalgams durch Gruppenpräsentierungen).

Literatur: [S] I.1

(6) Amalgame und Bäume Amalgame werden eindeutig durch ihre Gruppenwirkungen auf Bäumen charakterisiert und umgekehrt werden Bäume eindeutig durch die Wirkung von Amalgamen bestimmt. Beispiele von Amalgamen und zugehörigen Bäumen.

Literatur: [S] I.4.1, I.4.2

(7) Gruppenbäume Es werden Gruppenbäume T eingeführt und erklärt, wie diese zugehörige Gruppen G_T definieren. Zu G_T assoziierte Bäume werden eindeutig durch Gruppenwirkung von G_T mit Hilfe von Fundamentalbereichen charakterisiert.

Literatur: [S] I.4.4, I.4.5 und Referenzen darin.

(8) Bäume und Fixpunkte Eine Gruppe hat die Eigenschaft (FA), wenn jede Wirkung auf einem Baum einen Fixpunkt hat. Diese Eigenschaft wird charakterisiert und der Zusammenhang zu Amalgamen erläutert. Beispiele.

Literatur: [S] I.6.1 - I.6.3

(9) Automorphismen und Fixpunkte Es wird gezeigt, dass die Gruppe $SL_3(\mathbb{Z})$ die Eigenschaft (FA) hat.

Literatur: [S] I.6.4, I.6.6

(10) Beträge auf \mathbb{Q} und Vervollständigungen Dieser Vortrag liefert den algebraischen Hintergrund für den nächsten Vortrag. Es werden ausführlich \mathbb{Z}_p und \mathbb{Q}_p erklärt.

Literatur: [N] II.2

(11) Baum zu $SL_2(\mathbb{Q}_p)$ Es wird der Baum zu $SL_2(\mathbb{Q}_p)$ mit Hilfe von Gittern definiert und Stabilisatoren der Gruppenwirkung von GL_2 werden beschrieben.

Literatur: [S] II.1.1 - II.1.3

ACHTUNG: Die Beschreibungen dienen nur zur Orientierung und sollen Ihnen die Themenauswahl erleichtern. Sie stellen keine umfassende Beschreibung der Vorträge dar.