Institut für Algebra and Geometrie
Prof. Dr. Enrico Leuzinger
M. Sc. Leonid Grau

Symmetrische Räume — **Wintersemester 2019/20**

Übungsblatt 9 — **11. Dezember 2019**

Aufgabe 1 *(lokal symmetrische Räume)*

Eine Riemannsche Mannigfaltigkeit (M, g) heißt *lokal symmetrisch*, falls die geodätischen Spiegelungen s_p lokale Isometrien sind.
Sei nun D der Levi-Civita-Zusammenhang und R der Riemannsche Krümmungstensor von (M, g). Zeigen Sie:
(M, g) ist genau dann lokal symmetrisch, wenn $D_X R = 0$ für alle $X \in \mathcal{V}M$ gilt.

Aufgabe 2 *(Geodätische in der Graßmann-Mannigfaltigkeit)*

Bestimmen Sie eine explizite Formel für die Geodätischen in einer (kompakten) Graßmann-Mannigfaltigkeit.

Aufgabe 3 *(K-invariante Skalarprodukte)*

Sei M eine Mannigfaltigkeit, G eine Lie-Transformationsgruppe von M und p ein Punkt von M. Weiter sei die Isotropiegruppe K von p in G kompakt. Zeigen Sie, dass auf dem Tangentialraum T_pM ein K-invariantes Skalarprodukt existiert.

Hinweis: Auf einer lokalkompakten Gruppe existiert ein rechtsinvariantes Haar-Maß.