

Symmetrische Räume

Wintersemester 2019/20

Übungsblatt 12

22. Januar 2020

Aufgabe 1 (*Poincaré-Halbebene und Pos*)

Zeigen Sie: Die Poincaré-Halbebene $H^2\mathbb{R} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y > 0\}$ mit der Riemannschen Metrik $ds^2 = \frac{dx^2 + dy^2}{y^2}$ ist isometrisch zu $\text{Pos}(2)$ mit einer $SL(2, \mathbb{R})$ -invarianten Metrik.

Aufgabe 2 (*Rang von Pos*)

Zeigen Sie: $\text{Rang}(\text{Pos}(n)) = n - 1$.

Aufgabe 3 (*Abelsche Unteralgebren*)

Es sei G/K ein symmetrischer Raum mit Cartan-Zerlegung $\mathfrak{g} = \mathfrak{p} \oplus \mathfrak{k}$.
Zeigen Sie, dass jede Lie-Unteralgebra \mathfrak{a} von \mathfrak{g} mit $\mathfrak{a} \subset \mathfrak{p}$ abelsch ist.