Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Algebra und Geometrie
Prof. Dr. Enrico Leuzinger
M. Sc. Leonid Grau

Symmetrische Räume **Wintersemester 2019/20**

Übungsblatt 13 **29. Januar 2020**

Aufgabe 1 *(Weylkammern in* Pos*)*

In $\mathfrak{a}_0 = \mathrm{Diag}_0 \subseteq T_E \,\mathrm{Pos}(3)$ sei die Weylkammer

$$\mathfrak{a}^+ := \left\{ \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix} \,\middle|\, \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0 \text{ und } \lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 \right\}$$

gegeben. Bestimmen Sie

a) für ein beliebiges $H \in \mathfrak{a}^+$ alle $k \in \mathrm{SO}(3)$ mit $\mathrm{Ad}(k)H \in \mathfrak{a}^+$,

b) für $H_1 := \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ die $\mathrm{SO}(3)$-Bahn in $\mathfrak{a}_0$,

c) die Stabilisatoren von H_1 und $H_2 := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ in $\mathrm{SO}(3)$.

Aufgabe 2 *(Flachs in* Pos*)*

Zeigen Sie, dass in $T_E \,\mathrm{Pos}(n)$ alle maximal abelschen Unterräume konjugiert zueinander sind.

Aufgabe 3 *(Operation auf Weylkammern)*

Zeigen Sie: Zwei verschiedene Vektoren in einer Weylkammer von Diag_0 sind nicht konjugiert, d.h. für $H_1 \neq H_2 \in C \subset \mathrm{Diag}_0$ existiert kein $k \in \mathrm{SO}(n)$, sodass $\mathrm{Ad}(k)H_1 = H_2$.