



PRÄSENZÜBUNG 2

Thema der Woche: Gruppen als Symmetrien

Besprechung in der Übung am 8.11.2017

Aufgabe 1. (Cayleygraphen der D_n)

Zeichnen Sie den Cayleygraphen der Diedergruppe D_n für ein gewähltes n der beiden Präsentierungen $\langle r, s \mid r^n, s^2, sr sr \rangle$ und $\langle s, t \mid s^2, t^2, (st)^n \rangle$. Sind die entstehenden Graphen isomorph? Was unterscheidet sie und was haben sie gemeinsam?

Aufgabe 2. (Eigenschaften von Cayleygraphen)

- Zeigen Sie Satz 2.18
- Wie verhält sich die Linkstranslation auf $\overrightarrow{\text{Cay}}(G, S)$?
- Wann stimmen $\text{Cay}(G, S)$ und $\overrightarrow{\text{Cay}}(G, S)$ überein?

Aufgabe 3. (Eine neue Basis für F_2)

Sei $F_2 = \langle a, b \rangle$ die von a und b erzeugte freie Gruppe. Zeigen Sie, dass $\{ab, aba\}$ ebenfalls ein freies Erzeugendensystem von F_2 ist.

Aufgabe 4. (Rang einer freien Gruppe)

Sei F eine freie Gruppe, S ein freies und T ein beliebiges Erzeugendensystem. Dann gilt:

- $|T| \geq |S|$
- Alle freien Erzeugendensysteme von F haben gleiche Kardinalität.