

Seminar im SS 2007 zum Thema

Abbildungsklassengruppen

Ist S eine kompakte Fläche, so nennt man die Gruppe $\text{Mod}(S)$ der Isotopieklassen von Homöomorphismen auf S die *Abbildungsklassengruppe* von S . Sie ist von zentralem Interesse in vielen Bereichen der Mathematik: Die Nielsen-Thurston-Klassifikation teilt ihre Elemente ein in periodische, reduzible und Pseudo-Anosov Abbildungsklassen. In der Theorie der 3-Mannigfaltigkeiten tauchen Abbildungsklassen auf als Verklebeabbildungen in der Heegaard-Zerlegung. In der Teichmüllertheorie beschreibt $\text{Mod}(S)$ die Abbildung vom Teichmüllerraum in den Modulraum der Isomorphieklassen von Riemannschen Flächen. Das gibt ihr auch den Namen *Teichmüller-Modul-Gruppe*.

Obwohl sich seit langem viele Leute mit Abbildungsklassengruppen beschäftigen, weiß man noch nicht sehr viel darüber. Einige bekannte Fakten sind zum Beispiel:

- $\text{Mod}(S)$ ist endlich erzeugt und sogar endlich präsentierbar. Die schönsten Elemente sind die *Dehn-Twists*, von denen endlich viele reichen, um $\text{Mod}(S)$ zu erzeugen.
- Die Ordnung von Torsionselementen ist beschränkt. Die Kommutatorgruppe von $\text{Mod}(S)$ ist ganz $\text{Mod}(S)$.
- $\text{Mod}(S)$ taucht als Automorphismengruppe von gewissen Graphen auf.

In diesem Seminar wollen wir uns mit der Abbildungsklassengruppe vertraut machen und soviel wie möglich über sie lernen. Unterwegs haben wir bestimmt Gelegenheit, unsere Kenntnisse über Gruppentheorie aufzufrischen und zu erweitern. (Wer weiß schon, dass eine Untergruppe $H \leq G$ von endlichem Index genau dann endlich präsentierbar ist, wenn G endlich präsentierbar ist? Oder was eine perfekte Gruppe ist?)

Literatur: Wir arbeiten hauptsächlich mit dem Buch *A primer on mapping class groups* von Farb und Margalit und dem Übersichtsartikel *Mapping class groups* von Ivanov (beide online).

Vorkenntnisse: Algebra 1, insbesondere die Gruppentheorie. Grundkenntnisse in (Flächen-)Topologie und hyperbolischer Geometrie sind wünschenswert, aber vermutlich unrealistisch. Wir werden sie daher zu Beginn des Seminars gemeinsam erarbeiten.

Die **Vorbesprechung** findet am Donnerstag, den 22. 2. 2007 um 14.00 Uhr im S31 statt. Dort werden die Vortragsthemen vergeben. Bei Bedarf kann auch über den Seminartermin verhandelt werden.

Interessierte tragen sich bitte in die Liste im Sekretariat (Zimmer 308) ein oder melden sich bei einem der Betreuer.