Universität Karlsruhe
Institut für Algebra und Geometrie
PD Stefan Kühnlein
Fabian Januszewski

21.07.2009

Algebra II - Übungsblatt 13

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Es seien F_2 die freie Gruppe in 2 Erzeugern und Γ eine Gruppe mit F_2-Aktion. Mit x und y bezeichnen wir zwei fest gewählte Erzeuger von F_2.
Bestimmen Sie das Bild der Abbildung

$$Z^1(F_2, \Gamma) \ni \kappa \mapsto (\kappa(x), \kappa(y)) \in \Gamma^2.$$

Folgern Sie daraus, dass für einen surjektiven Homomorphismus

$$\Phi : \Gamma \to \Xi$$

zwischen zwei Gruppen mit F_2-Aktion die zugehörige Abbildung $H^1(\Phi)$ surjektiv ist.

Aufgabe 2 (6 Punkte)

Hier sei $G = \mathbb{Z}^2$ die frei abelsche Gruppe in zwei Erzeugern x und y und Γ eine Gruppe mit G-Aktion.
Bestimmen Sie das Bild der Abbildung

$$Z^1(G, \Gamma) \ni \kappa \mapsto (\kappa(x), \kappa(y)) \in \Gamma^2.$$

Finden Sie ein Beispiel für einen surjektiven Homomorphismus

$$\Phi : \Gamma \to \Xi$$

zwischen zwei Gruppen mit G-Aktion, sodass die zugehörige Abbildung $H^1(\Phi)$ nicht surjektiv ist.
Tipp: Sie dürfen ohne Beweis benutzen, dass jede Untergruppe von F_2 frei ist.

Aufgabe 3 (2 Punkte)

Es sei R ein Ring und $G \subseteq \mathrm{Aut}(R)$ eine Untergruppe seiner Automorphismengruppe. Weiter sei $f : G \to R^\times$ eine Abbildung und

$$\Phi : G \to \mathrm{Aut}(R, +),\ \Phi(g)(r) := f(g) \cdot g(r).$$

Zeigen Sie, dass Φ genau dann ein Gruppenhomomorphismus ist, wenn $f \in Z^1(G, R^\times)$.

Abgabe bis spätestens Dienstag, den 21. Juli 2009, um 15:30 Uhr in den dafür vorgesehenen Kasten bei Zimmer 308 im Mathebau oder vor Beginn der Übung direkt dort.