Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Algebra und Geometrie
Prof. Dr. C.-G. Schmidt
Dipl.-Math. Jingwei Zhao

19.10.2012

Algebra – Übungsblatt 1

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Sei G eine Gruppe. Zeigen Sie:

(a) Ist $N \trianglelefteq G$ ein Normalteiler vom Index r in G, so gilt $g^r \in N$ für alle $g \in G$.

(b) Seien $\sigma_1, \ldots, \sigma_m \in G$ ($m \in \mathbb{N}$) Elemente ungerader Ordnung. Sei $H \leq G$ die von $\sigma_1, \ldots, \sigma_m$ erzeugte Untergruppe in G. Dann enthält H keine Untergruppe vom Index 2.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Seien p und q Primzahlen mit $p < q$, sodass p kein Teiler von $q - 1$ ist. Zeigen Sie, dass jede Gruppe der Ordnung pq zyklisch ist.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Zeigen Sie: Es gibt keine einfachen Gruppen der Ordnung

(a) 24,

(b) 40,

(c) 56.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Seien p, q Primzahlen. Zeigen Sie:

(a) Jede Gruppe der Ordnung p^n mit $n \in \mathbb{N}$ ist auflösbar.

(b) Jede Gruppe der Ordnung p^2q ist auflösbar.

(c) Jede Gruppe der Ordnung 700 ist auflösbar.

Abgabe: Bis Donnerstag, den 25.10.2012, in den dafür vorgesehenen gelben Einwurfkasten im Allianzgebäude vor Raum 1C-04 oder vor Beginn der Übung an die Übungsleiterin.