Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Algebra und Geometrie
Prof. Dr. C.-G. Schmidt
Dipl.-Math. Jingwei Zhao

21.12.2012

Algebra – Übungsblatt 10

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Seien R ein Dedekindring und $I, J \trianglelefteq R$ zwei von Null verschiedene Ideale. Weiter seien I und J koprim, d.h., $I + J = R$. Zeigen Sie, dass $I \cap J = IJ$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Gegeben seien ein nullteilerfreier noetherscher Ring R mit Quotientenkörper K und gebrochene Ideale I und J in R. Zeigen Sie:

(a) $(yI)^{-1} = y^{-1}I^{-1}$ für alle $y \in K^{\times}$.

(b) Ist $I \subseteq J$, so folgt $J^{-1} \subseteq I^{-1}$.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Zeigen Sie: Ist ein Dedekindring R faktoriell, so ist R ein Hauptidealring.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Seien B ein Integritätsbereich und A ein Teilring von B, sodass B ganz über A ist. Seien $\mathfrak{p}$ ein Primideal in B und $\mathfrak{a}$ ein beliebiges Ideal in B. Zeigen Sie: Wenn $\mathfrak{p} \subsetneq \mathfrak{a}$, dann ist $\mathfrak{p} \cap A \subsetneq \mathfrak{a} \cap A$.

Bitte wenden!

Frohe Weihnachten und einen guten Rutsch!

Abgabe: Bis Donnerstag, den 10.01.2013, in den dafür vorgesehenen gelben Einwurfkasten im Allianzgebäude vor Raum 1C-04 oder vor Beginn der Übung an die Übungsleiterin.