

17.01.2014

## Algebra – Übungsblatt 11

### Aufgabe 1 (4 Punkte)

Zeigen Sie: Ist ein Dedekindring  $R$  faktoriell, so ist  $R$  ein Hauptidealring.

### Aufgabe 2 (4 Punkte)

Seien  $B$  ein Integritätsbereich und  $A$  ein Teilring von  $B$ , sodass  $B$  ganz über  $A$  ist. Seien  $\mathfrak{p}$  ein Primideal in  $B$  und  $\mathfrak{a}$  ein beliebiges Ideal in  $B$ . Zeigen Sie: Wenn  $\mathfrak{p} \subsetneq \mathfrak{a}$ , dann ist  $\mathfrak{p} \cap A \subsetneq \mathfrak{a} \cap A$ .

### Aufgabe 3 (4 Punkte)

Gegeben seien ein nullteilerfreier noetherscher Ring  $R$  mit Quotientenkörper  $K$  und gebrochene Ideale  $I$  und  $J$  in  $R$ . Zeigen Sie:

(a)  $(yI)^{-1} = y^{-1}I^{-1}$  für alle  $y \in K^\times$ .

(b) Ist  $I \subseteq J$ , so folgt  $J^{-1} \subseteq I^{-1}$ .

### Aufgabe 4 (4 Punkte)

Sei  $R$  ein noetherscher, nicht ganzabgeschlossener Integritätsbereich mit Quotientenkörper  $K$ . Zeigen Sie, dass die Menge der gebrochenen  $R$ -Ideale in  $K$  keine Gruppe bildet.

**Abgabe:** Bis Donnerstag, den 23.01.2014, in den dafür vorgesehenen blauen Einwurfkasten im Allianzgebäude vor Raum 1C-04 oder vor Beginn der Übung an die Übungsleiterin.