Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Algebra und Geometrie
PD Dr. Stefan Kühnlein
Dipl.-Math. Jingwei Zhao

29.10.2013

Algebra – Übungsblatt 6

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Konstruieren Sie mit Zirkel und Lineal ein regelmäßiges 5-Eck.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Gegeben sei eine Folge $(p_i)_{i\in\mathbb{N}}$ von paarweise verschiedenen Primzahlen. Zeigen Sie:

(a) $[\mathbb{Q}(\sqrt{p_1},\dots,\sqrt{p_n}):\mathbb{Q}] = 2^n$ für jedes $n \in \mathbb{N}$.

(b) Die Automorphismengruppe $\mathrm{Aut}(\mathbb{Q}(\{\sqrt{p_i}\}_{i\in\mathbb{N}})|\mathbb{Q})$ ist überabzählbar.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Seien p eine Primzahl und K ein Körper mit $\mathrm{char}(K) \neq p$ und die Gruppe der p-ten Einheitswurzeln liege in K. Zeigen Sie:

(a) Jede Körpererweiterung $K(\sqrt[p]{a})/K$ mit $a \in K$ ist eine zyklische Galoiserweiterung.

(b) Sei L/K eine Galoiserweiterung und $[L : K] = p$. Dann gibt es ein $\alpha \in L$, sodass $\alpha^p \in K$ und $L = K(\alpha)$. Weiterhin gilt: $X^p - \alpha^p$ ist irreduzibel über K.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Sei K der Zerfällungskörper des Polynoms $f(X) = (X^3 - 2)(X^2 + 3) \in \mathbb{Q}[X]$. Ist die Gleichung $f(X) = 0$ durch Radikale auflösbar?

Bitte wenden!

Abgabe: Bis Montag, den 05.12.2013, in den dafür vorgesehenen blauen Einwurfkasten im Allianzgebäude vor Raum 1C-04 oder vor Beginn der Übung an die Übungsleiterin.