

## Algebra – Übungsblatt 9

### Aufgabe 1 (4 Punkte)

Sei  $A$  eine divisible abelsche Gruppe, d.h. zu jedem  $a \in A$  und jedem  $n \in \mathbb{N}$  gibt es ein  $q \in A$  mit  $a = nq$ , und sei  $B$  eine abelsche Gruppe, in der jedes Element endliche Ordnung hat. Berechnen Sie  $A \otimes_{\mathbb{Z}} B$ .

### Aufgabe 2 (4 Punkte)

Es seien  $F$  ein Körper mit  $\text{char } F \neq 2$  und  $D = \left(\frac{a,b}{F}\right)$  die Quaternionenalgebra über  $F$ . Zeigen Sie, dass  $D$  zentral einfach ist.

### Aufgabe 3 (4 Punkte)

Sei  $p$  eine ungerade Primzahl und sei  $b \in \mathbb{Z}$  mit  $\left(\frac{b}{p}\right) = -1$ . Zeigen Sie, dass die Quaternionenalgebra  $\left(\frac{p,b}{\mathbb{Q}}\right)$  ein Schiefkörper ist.

### Aufgabe 4 (4 Punkte)

Sei  $D$  eine Quaternionenalgebra über einem Körper  $F$ . Zeigen Sie:  $D \otimes D \cong M_4(F)$ .

Bitte wenden!



Frohe Weihnachten und einen guten Rutsch!

**Abgabe:** Bis Donnerstag, den 09.01.2014, in den dafür vorgesehenen blauen Einwurfkasten im Allianzgebäude vor Raum 1C-04 oder vor Beginn der Übung an die Übungsleiterin.