

22.10.2013

Algebra – Übungsblatt 5

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Es sei $a \in \mathbb{C}$ Nullstelle des Polynoms $f = X^3 - 3X + 1 \in \mathbb{Q}[X]$. Zeigen Sie:

- (a) $f(X)$ teilt $f(X^2 - 2)$.
- (b) $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}(a)$ ist galoissch. Bestimmen Sie $\text{Gal}(\mathbb{Q}(a)|\mathbb{Q})$.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Sei $K = \mathbb{Q}(\sqrt{2}, i)$.

- (a) Zeigen Sie, dass $\mathbb{Q} \subset K$ galoissch ist und bestimmen Sie $\text{Gal}(K|\mathbb{Q})$.
- (b) Bestimmen Sie das Minimalpolynom von $\sqrt{\frac{1}{2}} + i$ über \mathbb{Q} .

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Erweiterung $\mathbb{Q} \subset \mathbb{Q}(\sqrt{2} + i, \sqrt{3} - i)$ galoissch ist, berechnen Sie die Galoisgruppe und geben Sie ein primitives Element dieser Körpererweiterung an.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Bestimmen Sie den Zerfällungskörper K von $f(X) = X^p - 3$ über \mathbb{Q} für eine Primzahl p . Berechnen Sie die Galoisgruppe $\text{Gal}(K|\mathbb{Q})$ und finden Sie ein primitives Element von $\mathbb{Q} \subset K$.

Abgabe: Bis Donnerstag, den 28.11.2013, in den dafür vorgesehenen blauen Einwurfskasten im Allianzgebäude vor Raum 1C-04 oder vor Beginn der Übung an die Übungsleiterin.