Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Algebra und Geometrie
PD Dr. Stefan Kühnlein
Tobias Columbus

Algebraische Geometrie

Übungsblatt 2

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Es sei k ein unendlicher Körper. Zerlegen Sie $V(X^2 - YZ, XZ - X) \subseteq \mathbb{A}^3(k)$ in irreduzible Komponenten.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Es seien k ein Körper, und $V \subseteq \mathbb{A}^n(k)$ und $W \subseteq \mathbb{A}^m(k)$ Varietäten. Zeigen Sie, dass $V \times W \subseteq \mathbb{A}^{n+m}(k)$ eine Varietät mit Koordinatenring $k[V \times W] = k[V] \otimes_k k[W]$ ist.

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Es seien k ein algebraisch abgeschlossener Körper und $A \subseteq \mathbb{A}^n(k)$ eine abgeschlossene Teilmenge. Zeigen Sie, dass A genau dann zusammenhängend ist, wenn der Koordinatenring $k[A]$ keine nicht-trivialen idempotenten Elemente enthält, d. h. wenn es kein $f \in k[A] \setminus \{0, 1\}$ gibt, so dass $f^2 = f$.

Hinweis 1
$\mathbb{A}^n(k)$ bezeichnet den Raum k^n mit der k-Zariski-Topologie.

Hinweis 2
Da der Termin für die nächste Übung auf den 1. Mai und somit auf einen Feiertag fällt, wird das kommende dritte Übungsblatt nicht in der Übung ausgegeben werden, sondern ab dem 2. Mai auf der Homepage der Veranstaltung (`http://www.math.kit.edu/iag3/lehre/alggeo2014s`) zum Herunterladen zur Verfügung stehen.

Abgabe am Freitag, den 02. 05. 2014, im Büro des Übungsleiters, d. h. in Raum 4B-03.