Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Algebra und Geometrie
PD Dr. Stefan Kühnlein
Tobias Columbus

Algebraische Geometrie

Übungsblatt 10

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Es sei k ein algebraisch abgeschlossener Körper der Charakteristik 0. Eine projektive Varietät V ist normal in einem Punkt $P \in V$, wenn der lokale Ring $\mathcal{O}_P$ ganzabgeschlossen in seinem Quotientenkörper ist.

(a) Zeigen Sie, dass die projektive Varietät $V = V(XY - Z^2)$ normal, d. h. normal in jedem Punkt $P \in V$, ist.

(b) Zeigen Sie, dass auch die affine Varietät $V = V(XY - Z^2)$ normal ist. Dabei hilft es vielleicht Aufgabe 2 (d) von Blatt 6 noch einmal eingehender zu betrachten.

(c) Sind die Varietäten V aus den vorhergehenden Teilaufgaben auch regulär in jedem Punkt?

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Es seien k ein algebraisch abgeschlossener Körper, V eine Varietät der Dimension $\dim V \geq 2$, und $P \in V$ ein Punkt, so dass V bei P normal ist. Weiter sei f eine reguläre Funktion auf $V - \{P\}$.

(a) Zeigen Sie, dass sich f zu einer regulären Funktion auf ganz V fortsetzen lässt.

(b) Ist die Voraussetzung $\dim V \geq 2$ notwendig?

Aufgabe 3 (4 Punkte)
Zeigen Sie, dass der Polynomring $R[X]$ über einem faktoriellen Ring R wieder faktoriell ist.

Abgabe am Donnerstag, den 26. 06. 2014, in der Übung.