

JProf. Dr. Gabriela Weitze-Schmithüsen Dipl.-Math. André Kappes

Algebraische Geometrie 2 – Famoses Übungsblatt

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Es sei X ein Schema von endlichem Typ über einem Körper k . Zeige:

- Ein Punkt $x \in X$ ist genau dann abgeschlossen, wenn die Körpererweiterung $\kappa(x)/k$ endlich ist. Hierbei sei $\kappa(x)$ der Restklassenkörper im Punkt x .
- Die abgeschlossenen Punkte von X sind dicht in X .
- Wenn X nicht von endlichem Typ über einem Körper ist, dann stimmen a) und b) im Allgemeinen nicht.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Finde ein Beispiel für einen Morphismus $f : X \rightarrow Y$ zwischen Schemata X, Y , so dass

- f lokal von endlichem Typ, aber nicht von endlichem Typ ist.
- f von endlichem Typ, aber nicht endlich ist.
- f quasi-endlich, aber nicht endlich ist¹.
- f eigentlich, aber nicht endlich ist.
- f quasi-endlich, aber nicht lokal von endlichem Typ ist.
- f von endlichem Typ, aber nicht quasi-endlich ist.

Abgabe bis Dienstag, den 28.06.2011 zu Beginn der Übung oder vorher in den Kasten im 1.Stock, C-Teil des Allianzgebäudes 05.20.

¹Ein Morphismus $f : X \rightarrow Y$ heißt quasi-endlich, wenn $f^{-1}(y)$ für alle $y \in Y$ eine endliche Menge ist.