Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Algebra und Geometrie

JProf. Dr. Gabriela Weitze-Schmithüsen   Dipl.-Math. André Kappes

05.07.2011

Algebraische Geometrie 2 – Abschlussblatt

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Sei R ein nullteilerfreier Hauptidealring. Zeige, dass ein R-Modul genau dann injektiv ist, wenn er divisibel ist.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
In einer abelschen Kategorie $\mathcal{A}$ seien $0 \to A \to I^\bullet$ und $0 \to B \to J^\bullet$ zwei injektive Auflösungen. Weiter seien zu einem Morphismus $f : A \to B$ zwei Fortsetzungen (f, α^k) und (f, β^k) gegeben, d. h. (f, α^k) und (f, β^k) sind Morphismen von Kettenkomplexen mit $\alpha^k, \beta^k : I^k \to J^k$ für $k \geq 0$.

Zeige: $(\alpha^k)_{k\in\mathbb{N}_0}$ und $(\beta^k)_{k\in\mathbb{N}_0}$ sind „(ketten)homotop", d. h. es gibt diagonale Morphismen $h^k : I^k \to J^{k-1}$ $(i \geq 0)$ mit

$$\alpha^k - \beta^k = h^{k+1} \circ d^k + e^{k-1} \circ h^k.$$

Hierbei sind $d^k : I^k \to I^{k+1}$ und $e^k : J^k \to J^{k+1}$ die Morphismen aus den beiden Auflösungen, wobei $I^{-1} := A$ und $J^{-1} := B$.

Abgabe bis Dienstag, den 12.07.2011 zu Beginn der Übung oder vorher in den Kasten im 1.Stock, C-Teil des Allianzgebäudes 05.20.