

Algebraische Geometrie 2 – Trennblatt

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Es sei k ein Körper und X die affine Gerade über k mit doppeltem Nullpunkt. X ist also das Schema, das entsteht, wenn wir $U = \text{Spec } k[X]$ mit $V = \text{Spec } k[Y]$ entlang $D(X)$ und $D(Y)$ vermöge des Isomorphismus $k[Y, Y^{-1}] \rightarrow k[X, X^{-1}]$, $Y \mapsto X$ verkleben.

Zeige, dass X nicht separiert über k ist.

Zusatzaufgabe (2 Extrapunkte): Wieso ist aber $\mathbb{P}^1(k) = \text{Proj}(k[X_0, X_1])$ von Aufgabe 1 des Langen Übungsblatts separiert über k ?

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Es seien S ein Schema und X, Y zwei S -Schemata. Weiter seien zwei Morphismen $f, g : X \rightarrow Y$ gegeben, die auf einer offenen, dichten Teilmenge von X übereinstimmen. Zeige:

- Ist X reduziert und Y separiert über S , so gilt $f = g$.
- Die Aussage ist falsch, wenn X nicht reduziert ist oder wenn Y nicht separiert ist.

Abgabe bis Dienstag, den 31.05.2011 zu Beginn der Übung oder vorher in den Kasten im 1.Stock, C-Teil des Allianzgebäudes 05.20.