Universität Karlsruhe
Mathematisches Institut II
Stefan Kühnlein
Ute Wolf

24. 5. 2006

# Algebraische Geometrie 2

SS 2006

5. Übungsblatt

**Aufgabe 1** (4 Punkte)
Sei $R$ ein kommutativer Ring mit Eins. Zeige:
Jeder $R$-Modul $M$ lässt sich in einen injektiven $R$-Modul $M'$ einbetten.

*Hinweis:* $M$ ist isomorph zu $\mathrm{Hom}_R(R, M)$.

**Aufgabe 2** (4 Punkte)

a) Die Räume $\mathbb{R}^2$, $(0,1)^2$ und $U = \{z \in \mathbb{R}^2 : |z| < 1\}$ sind homöomorph. Suche Dir einen davon aus und berechne auf diesem die erste Čech-Kohomologie der konstanten Garbe $\mathbb{Z}$.

b) Es sei $T := \mathbb{R}^2 / \mathbb{Z}^2$ der Standardtorus. Berechne $\check{H}^1(T, \mathbb{Z})$.

**Aufgabe 3** (4 Punkte)
Zeige: Für jeden Ring $R$ gilt $\check{H}^1(\operatorname{Spec} R, \mathcal{O}_{\operatorname{Spec} R}) = 0$.

**Abgabe** bis spätestens Mittwoch, 31. 5. 2006, um 13.45 Uhr in den dafür vorgesehenen Kasten bei Zimmer 308 im Mathebau oder vor Beginn der Übung direkt dort.