Universität Karlsruhe
Mathematisches Institut II
Stefan Kühnlein
Ute Wolf

7. 6. 2006

Algebraische Geometrie 2

SS 2006

7. Übungsblatt

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Ein Schemamorphismus $f : X \to Y$ heißt *quasikompakt*, wenn es eine offene, affine Überdeckung $Y = \bigcup_{i \in I} V_i$ gibt, sodass jedes $f^{-1}(V_i)$ quasikompakt ist. Zeige:

a) Ein Schemamorphismus $f : X \to Y$ ist genau dann quasikompakt, wenn für jede offene, affine Teilmenge $V \subseteq Y$ das Urbild $f^{-1}(V)$ quasikompakt ist.

b) Ein Schemamorphismus $f : X \to Y$ ist genau dann von endlichem Typ, wenn er lokal von endlichem Typ und quasikompakt ist.

Aufgabe 2 (2 Punkte)
Zeige: Sind X, Y separierte Schemata über S, so ist auch $X \times_S Y$ separiert über S.

Aufgabe 3 (2 Punkte)
Finde ein Schema X und offene, affine Teilmengen $U, V \subseteq X$ derart, dass $U \cap V$ nicht affin ist.

Aufgabe 4 (4 Punkte)
Zeige: Ein nullteilerfreier Ring R ist genau dann ein Bewertungsring, wenn für alle Ideale $a, b \subseteq R$ stets $a \subseteq b$ oder $b \subseteq a$ gilt. Folgere, dass für jeden Bewertungsring R und jedes Primideal $P \subseteq R$ auch R_P und R/P Bewertungsringe sind.

Aufgabe 5 (4 Punkte)
Seien $(X, \mathcal{O}_X)$ ein Schema und $Y \subseteq X$ abgeschlossen. Zeige, dass es genau eine Schemastruktur auf Y gibt, die Y zu einem reduzierten, abgeschlossenen Unterschema von X macht.

Abgabe bis spätestens Mittwoch, 14. 6. 2006, um 13.45 Uhr in den dafür vorgesehenen Kasten bei Zimmer 308 im Mathebau oder vor Beginn der Übung direkt dort.