Universität Karlsruhe
Mathematisches Institut II
Stefan Kühnlein
Ute Wolf

14. 6. 2006

Algebraische Geometrie 2

SS 2006

8. Übungsblatt

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Seien K ein Körper und $R \subseteq K$ ein Teilring von K. Zeige: Der ganze Abschluss von R in K ist der Durchschnitt aller Bewertungsringe von K, die R enthalten.

Aufgabe 2 (4 Punkte)
Seien X, S Schemata mit X noethersch und $\xi : X \to S$ ein Schemamorphismus. Zeige: ξ ist genau dann separiert, wenn es eine offene Überdeckung $S = \bigcup_{i \in I} V_i$ gibt, sodass jedes $\xi : \xi^{-1}(V_i) \to V_i$ separiert ist.

Aufgabe 3 (6 Punkte)
Alle in dieser Aufgabe vorkommenden Schemata seien noethersch. Zeige:

a) Die Verkettung eigentlicher Morphismen ist eigentlich.

b) Endliche Morphismen sind eigentlich.

c) Die Eigenschaft "eigentlich" ist stabil unter Basiswechsel.

Aufgabe 4 (4 Punkte)
Seien k ein Körper und K ein endlich erzeugter Funktionenkörper von k vom Transzendenzgrad 1. K/k sei separabel erzeugbar. Weiter sei C_K die zugehörige Kurve.

Zeige: C_K ist eigentlich über $\operatorname{Spec} k$.

Hinweis: Wenn A ein Dedekindring ist und $L/\operatorname{Quot}(A)$ eine endlich erzeugte Körpererweiterung, dann ist der ganze Abschluss von A in L ein endlich erzeugter A-Modul.

Abgabe bis spätestens Mittwoch, 21. 6. 2006, um 13.45 Uhr in den dafür vorgesehenen Kasten bei Zimmer 308 im Mathebau oder vor Beginn der Übung direkt dort.