

Im Sommersemester 2006 werde ich ein

Seminar

zum Thema

Algebraische Kurven

durchführen. Diese wunderschöne Theorie ist sehr weit gediehen und hat Anwendungen konkreter Natur (Verschlüsselung von Nachrichten, Codierungstheorie). Für diese Anwendungen benötigt man das theoretische Rüstzeug, das wir hier bereitstellen wollen, das aber auch an sich interessant ist. Konkreter geht es dabei um die folgenden Themen.

Inwieweit lassen sich Null- und Polstellen von rationalen Funktionen auf algebraischen Kurven vorschreiben? Die beste Antwort auf diese Frage ist der Satz von Riemann-Roch, der einer der Dreh- und Angelpunkte der ganzen algebraischen Geometrie ist. Ihn werden wir hier in einer elementaren Beweisvariante kennenlernen.

Wie viele Punkte einer über dem endlichen Körper F definierten projektiven, glatten Kurve sind über einem gegebenen Erweiterungskörper G von F definiert? Diese Kardinalitäten (wir lassen G laufen) werden in einer analytischen Funktion codiert, der L -Reihe der Kurve. Wir wollen sehen, dass diese L -Reihen rationale Funktionen in der Variablen $|F|^s$ sind, deren Nullstellen Betrag $\sqrt{|F|}$ haben, was $\operatorname{Re}(s) = 1/2$ entspricht. Das ist die Riemannsche Vermutung für die L -Reihen der Kurven. Eine Funktionalgleichung der L -Reihen werden wir auch kennen lernen.

Am Ende gibt es die Möglichkeit, anstelle eines Seminarscheines eine Filz-Medaille zu erwerben (z.B. für den Beweis der Riemannschen Vermutung).

An **Vorkenntnissen** setze ich meine Algebraische Geometrie I voraus, sie wird aber für weite Strecken des Seminars nicht gebraucht. In Wirklichkeit langt zumeist eine gute Portion Algebra I.

Als Literaturgrundlage verwenden wir vornehmlich das Buch

Carlos J. Moreno, *Algebraic Curves over Finite Fields*,

Cambridge Tracts in Mathematics 97, CUP 1991

Bei einer Vorbesprechung am

Dienstag, 07.02.06, 13.15 Uhr in S31

werde ich eine genauere Themenliste vorstellen.

Bei Fragen und Rückmeldungen wenden Sie sich bitte an Stefan Kühnlein, Zimmer 323, Telefon 608-3039, email stefan.kuehnlein@math.uni-karlsruhe.de