Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Algebra und Geometrie
Prof. Dr. C.-G. Schmidt
Dipl.-Math. Jingwei Zhao

17.06.2013

# Algebraische Zahlentheorie – Übungsblatt 8

## Aufgabe 1 (4 Punkte)

Sei $\Omega/K$ eine beliebige Galoiserweiterung mit der Galoisgruppe $G = \mathrm{Gal}(\Omega/K)$. Zeigen Sie, dass $G$ bzgl. der Krull-Topologie hausdorffsch und kompakt ist.

## Aufgabe 2 (4 Punkte)

Zeigen Sie: Ist $\zeta$ eine primitive $p^n$-te Einheitswurzel, so ist die Differente von $\mathbb{Q}_p(\zeta)/\mathbb{Q}_p$

$$\mathcal{D}_{\mathbb{Q}_p(\zeta)/\mathbb{Q}_p} = \mathfrak{P}^{p^{n-1}(pn-n-1)},$$

wobei $\mathfrak{P}$ das maximale Ideal von $\mathcal{O}_{\mathbb{Q}_p(\zeta)}$ ist.

## Aufgabe 3 (4 Punkte)

Sei $K$ ein algebraischer Zahlkörper. Zeigen Sie: Im Minkowski-Raum $K_{\mathbb{R}} = [\prod_\tau \mathbb{C}]^+$ hat der Bereich

$$X_t = \{(z_\tau) \in K_{\mathbb{R}} \mid \sum_\tau |z_\tau| < t\}$$

das Volumen

$$\mathrm{vol}(X_t) = 2^r \pi^s \frac{t^n}{n!},$$

wobei $r$ die Anzahl der reellen und $s$ die Anzahl der komplexen Einbettungen von $K$ in $\mathbb{C}$ ist.

**Abgabe**: Bis Montag, den 24.06.2013, vor Beginn der Übung an die Übungsleiterin.