Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Algebra und Geometrie
Prof. Dr. C.-G. Schmidt
Dipl.-Math. Jingwei Zhao

30.05.2012

Algebraische Zahlentheorie II – Übungsblatt 6

Auf diesem Übungsblatt seien p und l ungerade Primzahlen mit $l \equiv 1 \bmod p$. Mit μ_{p^k} bezeichnen wir die Menge der p^k-ten Einheitswurzeln im algebraischen Abschluß von $\mathbb{Q}$ und mit $\mu_{p^\infty} := \bigcup_{k\in\mathbb{N}} \mu_{p^k}$ ihre Vereinigung.

Aufgabe 1

Zeigen Sie, daß $\mathbb{Q}_l(\mu_{p^\infty})/\mathbb{Q}_l$ eine unendliche Galoiserweiterung mit einer zu $\mathbb{Z}_p$ isomorphen Galoisgruppe ist.

Aufgabe 2

Zeigen Sie, daß für eine Erweiterung λ/κ endlicher Körper für $i = -1, 0, 1$ stets $H^i(G(\lambda/\kappa), \lambda^\times) = 0$ gilt.
Hinweis: Nutzen Sie Ihr Wissen über den Herbrandquotienten.

Aufgabe 3

Zeigen Sie, daß für eine beliebige endliche galoissche Körpererweiterung L/K stets $H^1(G(L/K), L) = 0$ gilt (wir fassen die additive Gruppe von L in kanonischer Weise als $G(L/K)$-Modul auf).
Hinweis: Zeigen Sie, daß L ein $G(L/K)$-induzierter Modul ist. Hierzu benötigen Sie einen Satz aus der Algebra.