Universität Karlsruhe
Institut für Algebra und Geometrie
Prof. Dr. Claus-Günther Schmidt
Hendrik Kasten

8.2.2008

Algebraische Zahlentheorie 1 – Übungsblatt 14

Aufgabe 1 (8 Punkte)

Zeige für einen Körper K, der alle n-ten Einheitswurzeln enthält, die folgenden Aussagen:

(a) Jede zyklische Körpererweiterung L/K vom Grad n ist Zerfällungskörper eines irreduziblen Polynoms $X^n - a \in K[X]$.

(b) Es gibt eine Bijektion zwischen den Untergruppen $B \leq K^\times$, die $(K^\times)^n$ enthalten, und den abelschen Erweiterungen von K, deren Exponent n teilt.

Hinweis: Betrachte die Zuordnung $B \mapsto K_B := K(\sqrt[n]{b} \mid b \in B)$. Wieso ist K_B ein Körper wie gewünscht?

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Zeige, dass die maximal unverzweigte Erweiterung von $\mathbb{Q}_p$ galoissch mit abelscher Galoisgruppe ist.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Bestimme die Bewertungen des Körpers $\mathbb{Q}(i)$ der Gauß'schen Zahlen.

Abgabe: Bis Freitag, den 15. Februar 2008, vor Beginn der Übung an den Kasten in Zimmer 307 des Mathematikgebäudes.