Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Algebra und Geometrie
Dr. Fabian Januszewski
Dr. Jingwei Zhao

29.04.2015

Darstellungstheorie endlicher Gruppen – Übungsblatt 1

Aufgabe 1

Sei p eine Primzahl. Bestimmen Sie die p-Sylowgruppen der symmetrischen Gruppe S_p.

Aufgabe 2

Es seien G eine Gruppe und H ein Normalteiler von G. Ferner seien V, W Vektorräume über einem beliebigen Körper K, $\rho : G \longrightarrow \mathrm{Aut}(V)$ eine Darstellung von G und $\tau : H \longrightarrow \mathrm{Aut}(W)$ eine Darstellung von H.

(a) Zeigen Sie, dass zu einem beliebigen $g \in G$ die Darstellung $\rho_g : G \longrightarrow \mathrm{Aut}(G), h \longmapsto \rho(ghg^{-1})$ isomorph zu ρ ist.

(b) Zu einem beliebigen $g \in G$ sei $\tau_g : H \longrightarrow \mathrm{Aut}(V), h \longmapsto \tau(ghg^{-1})$ analog wie in (a) definiert. Zeigen Sie: $\mathrm{Ind}_H^G \tau \cong \mathrm{Ind}_H^G \tau_g$.

Aufgabe 3

Wir betrachten die Diedergruppe D_n für $n > 2$. Sei C_n die von der Drehung $(1\,2\,\ldots\,n)$ erzeugte Untergruppe von D_n.

(a) Geben Sie die irreduziblen komplexen Darstellungen von C_n an.

(b) Seien χ und χ' zwei irreduzible Darstellungen von C_n. Wann genau sind die von ihnen induzierten Darstellungen $\mathrm{Ind}_{C_n}^{D_n} \chi$ und $\mathrm{Ind}_{C_n}^{D_n} \chi'$ isomorph?

(c) Sei χ wie in (b). Wann ist $\mathrm{Ind}_{C_n}^{D_n} \chi$ irreduzibel?

Abgabe: Am Freitag, den 08.05.2015, in der Übung an die Übungsleiterin.