

Einführung in Algebra und Zahlentheorie – Übungsblatt 14
Das ist ja wohl das Letzte!

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Sei $R \neq 0$ ein kommutativer Ring. Zeige, dass R genau dann ein Hauptidealring ist, wenn für jedes $n \in \mathbb{N}$ jeder R -Untermodul von R^n frei ist, also eine R -Basis besitzt.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

- Sei G eine einfache Gruppe mit $\#G = 60$. Wieviele Elemente der Ordnung 5 besitzt G ?
- Zeige, dass es keine einfache Gruppe G mit $\#G = 56$ gibt.

Aufgabe 3 (3 Punkte)

Berechne die Legendresymbole $\left(\frac{35}{151}\right)$ und $\left(\frac{541}{1223}\right)$.

Aufgabe 4 (5 Punkte)

Seien p, q zwei ungerade Primzahlen mit $p = q + 9a$ für ein $a \in \mathbb{Z}$. Zeige die folgenden Aussagen:

- $\left(\frac{p}{q}\right) = \left(\frac{a}{q}\right)$ und $\left(\frac{-q}{p}\right) = \left(\frac{a}{p}\right)$.
- Für $a \equiv 0$ modulo 4 gilt $\left(\frac{a}{p}\right) = \left(\frac{a}{q}\right)$.
- Finde einen Zusammenhang zwischen den Legendresymbolen $\left(\frac{a}{p}\right), \left(\frac{a}{q}\right)$ für $a \equiv 2$ modulo 4.
(*Hinweis:* Der Zusammenhang ist abhängig von p .)

Abgabe des letzten Übungsblattes bis Dienstag, 24. Juli, 10 Uhr im Abgabekasten oder auch vorher direkt bei deinem Übungsleiter.

Alle korrigierten Übungsblätter, die nicht abgeholt wurden, liegen im Rückgabekasten im Allianzgebäude neben Raum 4A-05.

Für den nachfolgenden Werbespot ist einzig und allein die Fachschaft zuständig:

O-Phase 2012 - Tutoren gesucht!

In der Woche vor Vorlesungsbeginn, vom 8. bis zum 12. Oktober, findet die O-Phase für die neuen Studierenden im Wintersemester 2012/13 statt. Wie immer suchen wir dafür Tutoren, die den neuen Erstis den Spaß am Studieren vermitteln! Weitere Informationen findest du unter <http://tutor.o-phase.com>.

Zum Abschluss folgen dann noch ein paar Ansagen in eigener Sache:

Wir suchen auch Tutoren und zwar **LA-1-Tutoren** für das kommende Semester. Euer Dozent und Übungsleiter aus der EAZ sind auch mit dabei. Wenn ihr Spaß daran habt, anderen die lineare Algebra näher zu bringen, dann meldet euch bei uns!

Kurz vor der Klausur wird es ein Fragentutorium mit Miriam Schwab geben. Schaut euch den Stoff bis dahin an und überlegt euch konkrete Fragen. Diese könnt ihr gerne im Voraus an jochen.schroeder@kit.edu schicken, ich werde sie an Miriam weiterleiten.

Raum und Zeit werden beizeiten auf der Vorlesungswebseite bekannt gegeben.

Eine Probeklausur wird es wahrscheinlich auch geben, ansonsten stehen auf der Vorlesungswebseite von letztem Jahr Probeklausur, Klausur und Nachklausur zur Verfügung.

Und zuallerletzt bleibt uns noch noch übrig, euch allen eine schöne vorlesungsfreie Zeit zu wünschen und uns für das zurückliegende Semester zu bedanken!

Stefan Kühnlein und Jochen Schröder