Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Algebra und Geometrie

20. Juni 2012

JProf. Dr. Gabriela Weitze-Schmithüsen   Dipl.-Math. oec. Anja Randecker

Elementargeometrie – Übungsblatt 10

Aufgabe 1 (4 Punkte)
Gegeben seien zwei Geraden g, h einer absoluten Ebene, die sich in einem Punkt A schneiden. Die Punkte $B, B' \in g$ und $C, C' \in h$ seien so, dass $d(A,B) = d(A,C')$ und $d(A,C) = d(A,B')$ sowie $B' \in AB^-$ und $C' \in AC^-$ gilt. Zeige, dass die Geraden BC und $B'C'$ entweder beide parallel zur Trägergeraden der Winkelhalbierenden von $\measuredangle BAC'$ sind oder sich alle drei Geraden in einem gemeinsamen Punkt schneiden.

Aufgabe 2 (2 Punkte)
Gegeben sei die Abbildung $h\colon \mathbf{P} \to \mathbb{R}^2$, wie sie in der Vorlesung im Beweis von Satz 29 ii) definiert wurde. Zeige, dass h surjektiv ist.

Aufgabe 3 (2 Punkte)
Gegeben sei ein Dreieck ΔABC in einer absoluten Ebene. Das Innere dieses Dreiecks ist definiert durch $\text{In}\measuredangle ABC \cap \text{In}\measuredangle BCA \cap \text{In}\measuredangle CAB$. Zeige:

a) Zwei Seitenhalbierende schneiden sich in einem Punkt im Inneren des Dreiecks.
b) Zwei Winkelhalbierende schneiden sich in einem Punkt im Inneren des Dreiecks.

Aufgabe zum Nachdenken 4 (keine Abgabe)
Schneiden sich in der Situation von Aufgabe 3 auch alle drei Seitenhalbierenden bzw. Winkelhalbierenden im gleichen Punkt?

Aufgabe zum Nachdenken 5 (keine Abgabe)
Ähnlich wie Saccheri hat auch Johann Heinrich Lambert versucht, das Parallelenaxiom mit speziellen Vierecken zu beweisen: Ein sogenanntes Lambert-Viereck ist definiert als ein Viereck mit drei rechten Winkeln. Wie könnte eine zum Parallelenaxiom äquivalente Aussage mit Lambert-Vierecken lauten? Und wie wäre diese Äquivalenz zu zeigen?

Aufgabe zum Nachdenken 6 (keine Abgabe)
Zeige folgenden Spezialfall des Strahlensatzes in einer euklidischen Ebene: Gegeben sei ein Winkel mit dem Scheitel S und den Schenkeln a, b sowie zwei parallele Geraden g, h, die jeweils a und b schneiden. Der Schnittpunkt von g mit a bzw. b heiße A_g bzw. B_g und der Schnittpunkt von h mit a bzw. b heiße A_h bzw. B_h. Zeige, dass aus $d(S, A_h) = 2 \cdot d(S, A_g)$ auch $d(S, B_h) = 2 \cdot d(S, B_g)$ folgt.

Wie lässt sich daraus der allgemeine Fall des Strahlensatzes folgern?

Abgabe bis Mittwoch, 27. Juni 2012, vor Beginn der Übung oder bis 15.00 Uhr in den Kasten im 1. Stock, C-Teil des Allianzgebäudes 05.20.